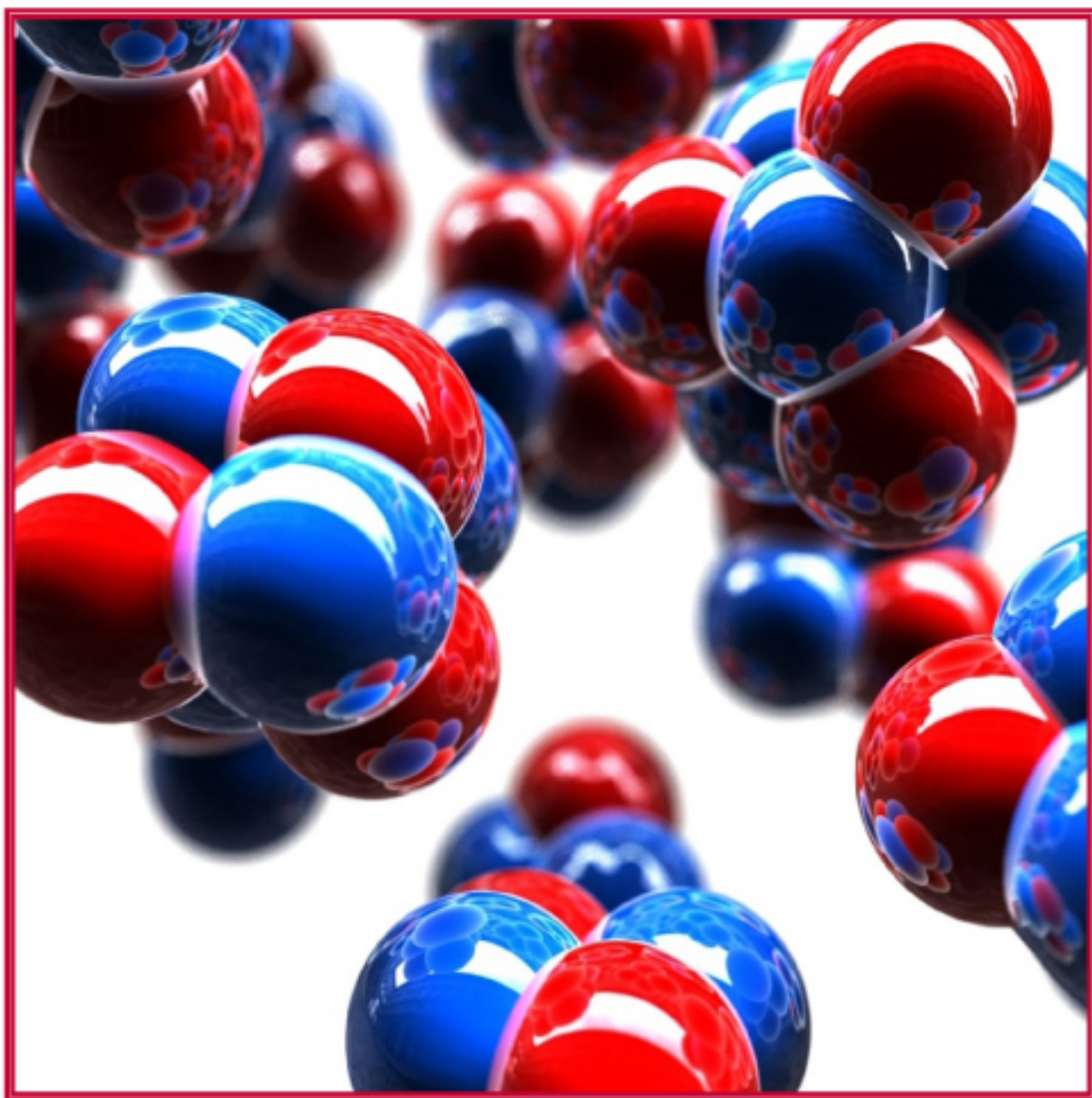


# GISAP:

PHYSICS, MATHEMATICS AND CHEMISTRY

International Academy of Science and Higher Education  
London, United Kingdom  
Global International Scientific Analytical Project

№6 Liberal\* | August 2015



## Expert board:

Rena Kasumova (Azerbaijan), Nathan Lebrun (France), Yuri Khlopkov (Russia),  
Brian Hurst (UK)

Dear readers!

It is known that a newborn baby immediately feels the effects of a massive barrage of different information based on the first experience of sensations of the contact with the outside world. With time the evolved nervous system and the initial phase of socialization will satiate the knowledge with the emotional and evaluative background. But now, in the first hours of life, a baby's perception has reflex character. However, this initial learning process of the little person provides the emerging consciousness with basic and the most stable knowledge about life. And this knowledge is primarily related to the characteristics and nature of the physical and chemical interactions of objects of the material world, a baby itself being a part of.

Knowledge about physical and chemical nature of life and the process of influence of real objects on each other continuously saturates people in everyday practice. Such information and the corresponding skills, formed through experience are of course not formalized in the minds of individuals using the scientific terms and formulas being the heritage of institutional educational processes. But such knowledge is fundamental, reliable and focused on practical application. In primary schools, universities and in the self-education process the most inquisitive minds realize the essence of many things and processes finding a scientific explanation for them. However, by those not focusing on the study of physical and chemical sciences in their education for various reasons, a significant number of phenomena of the material world will be understood on that same intuitive and reflex level...

Physics and chemistry are the most important natural sciences, on the fundamental basis of which many other branches of scientific epistemology have developed. Immutable value of these spheres of knowledge is based not only on their specific role in the evolution of human consciousness and social progress, but also on the original real-biological nature of man, as a segment of a complex object and the material world. That is why the core knowledge of the ancient thinkers naturally emerged from the study of physical and chemical interactions of objects or substances. And that is why the modern educational system is largely based on the specific and evolving method of studying the evolutionary natural objects and the dissemination of knowledge about them. Moreover, the understanding of social processes and the development of the social sciences was formed through the prism of knowledge about natural processes and interactions. Thus, the knowledge of physics and chemistry, as well as primary teaching methods, stands at the origin of not only many modern branches of science, but it also became a prerequisite for the development of pedagogy.

Thomas Morgan  
Head of the IASHE International Projects Department  
August 17, 2015



## GISAP: Physics, Mathematics and Chemistry №6 Liberal\* (August, 2015)

Chief Editor – J.D., Prof., Acad. V.V. Pavlov  
Copyright © 2015 IASHE

ISSN 2054-6483  
ISSN 2054-6491 (Online)

Design: Yury Skoblikov, Helena Grigorieva, Alexander Standichenko

Published and printed by the International Academy of Science and Higher Education (IASHE)  
1 Kings Avenue, London, N21 3NA, United Kingdom  
Phone: +442071939499, e-mail: [office@gisap.eu](mailto:office@gisap.eu), web: <http://gisap.eu>

! No part of this magazine, including text, illustrations or any other elements may be used or reproduced in any way without the permission of the publisher or/and the author of the appropriate article

Print journal circulation: 1000

“\*Liberal – the issue belongs to the initial stage of the journal foundation, based on scientifically reasonable but quite liberal editorial policy of selection of materials. The next stage of the development of the journal (“Professional”) involves strict professional reviewing and admission of purely high-quality original scientific studies of authors from around the world”

## CONTENTS

<b>S. Samoilov</b> , <i>Technological Institute of V. Dal's East Ukrainian National University, Ukraine</i> PRESENTATION OF EVOLUTION OF THE RELATIVISTIC PARTICLE WITH THE VARIABLE MASS BY 2-FORM IN A 5-DIMENSIONAL CONTINUUM.....	3
<b>R. Musayev</b> , <i>Baku State University, Azerbaijan</i> MATHEMATICAL MODELS OF DISTRIBUTION OF CARCINOGENIC RADIOACTIVE AEROSOL POLLUTANTS IN ATMOSPHERE.....	6
<b>S. Lukashevich, T. Zhelonkina, V. Sholoh</b> , <i>Gomel State University named after F. Skorina, Belarus</i> APPLICATION OF QUANTUM THEORY WHEN STUDYING THE ELECTRONIC PHENOMENA OF THE GENERAL PHYSICS COURSE.....	8
<b>E. Akatov, M. Gudkov, T. Igumenova</b> , <i>Voronezh State Technological Academy, Russia</i> RESEARCH ON THE INFLUENCE OF TEMPERATURE ON THE ABILITY TO PROCESS MIXES OF POLYMERS WITH FULLERENES.....	10
<b>A. Kryukov<sup>1</sup>, I. Kriukova<sup>2</sup></b> , <i>Siberian Federal University, Russia<sup>1</sup>, Krasnoyarsk Secondary School No. 10, Russia<sup>2</sup></i> DETERMINATION OF EXPERT ASSESSMENT OF QUALITY.....	12
<b>R. Kljukov, S. Kljukov</b> , <i>Pryazovskyi State Technical University, Ukraine</i> MATHEMATICAL INDUCTION. ISSUES.....	14
<b>V. Korolev</b> , <i>Saint Petersburg State University, Russia</i> REFLECTIONS ABOUT THE POWER OF NUMBER SETS HOW TO COUNT ALL REAL NUMBERS.....	18
<b>E. Artamonova</b> , <i>Saratov State Technical University named after Gagarin J.A., Russia</i> ON RELATIONS IN VISCOELASTICITY.....	22
<b>A. Pavlenko, B. Usenko, H. Koshlak</b> , <i>Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Ukraine</i> INVESTIGATION OF MATHEMATICAL PROBLEMS OF ROLLING THE MELTED METAL BETWEEN THE COOLING ROLLERS.....	24

## CONTENTS

<b>Самойлов С.Н.</b> , Технологический институт, Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля, Украина ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ 2-ФОРМОЙ В 5-МЕРНОМ КОНТИНУУМЕ.....	3
<b>Мусаев Р.А.</b> , Бакинский государственный университет, Азербайджан МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КАНЦЕРОГЕННЫХ РАДИОАКТИВНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ.....	6
<b>Лукашевич С.А., Желонкина Т.П., Шолох В.Ф.</b> , Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Беларусь ПРИМЕНЕНИЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ЯВЛЕНИЙ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ.....	8
<b>Акатов Е.С., Гудков М.А., Игуменова Т.И.</b> , Воронежская государственная технологическая академия, Россия ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СПОСОБНОСТЬ К ПЕРЕРАБОТКЕ СМЕСЕЙ ПОЛИМЕРОВ С ФУЛЛЕРЕНАМИ .....	10
<b>Крюков А.Ф.<sup>1</sup>, Крюкова И.А.<sup>2</sup></b> , Сибирский федеральный университет, Россия <sup>1</sup> , СШ №10 МО г. Красноярск, Россия <sup>2</sup> ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА.....	12
<b>Клюйков Р.С., Клюйков С.Ф.</b> , Приазовский государственный технический университет, Украина МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ. ПРОБЛЕМЫ.....	14
<b>Королев В.С.</b> , Санкт-Петербургский Государственный Университет, Россия РАЗМЫШЛЕНИЯ О МОЩНОСТИ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ КАК ПЕРЕСЧИТАТЬ ВСЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.....	18
<b>E. Artamonova</b> , Saratov State Technical University named after Gagarin J.A., Russia ON RELATIONS IN VISCOELASTICITY.....	22
<b>A. Pavlenko, B. Usenko, H. Koshlak</b> , Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Ukraine INVESTIGATION OF MATHEMATICAL PROBLEMS OF ROLLING THE MELTED METAL BETWEEN THE COOLING ROLLERS.....	24



# PRESENTATION OF EVOLUTION OF THE RELATIVISTIC PARTICLE WITH THE VARIABLE MASS BY 2-FORM IN A 5-DIMENSIONAL CONTINUUM

S. Samoilov, Candidate of Mathematics and Physics, Associate Professor  
Technological Institute of V. Dal's East Ukrainian National University, Ukraine

Within the framework of special relativity theory and Hamiltonian formalism for a particle of a variable mass the Hamiltonian function in the expanded phase space is introduced. The additional canonic variables of this space correspond to the particle's own time and mass. Changing of the state, including own mass, is determined by the field of differential 2-form.

**Keywords:** intrinsic time, own mass, relativistic particle, canonical variables.

Conference participants, National championship in scientific analytics, Open European and Asian research analytics championship


# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ 2-ФОРМОЙ В 5-МЕРНОМ КОНТИНУУМЕ

Самойлов С.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент  
Технологический институт, Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля, Украина

В рамках специальной теории относительности и гамильтонового формализма для частицы переменной массы вводится гамильтонова функция в расширенном фазовом пространстве, дополнительные канонические переменные которого соответствуют собственному времени и массе частицы. Изменение состояния, в том числе и собственной массы, определяется полем 2-формы.

**Ключевые слова:** собственное время, собственная масса, релятивистская частица, канонические переменные.

Участники конференции, Национального первенства по научной аналитике, Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1073>

Среди подходов к определению состояний релятивистских частиц имеется подход, в котором собственная масса и собственное время частицы используются как дополнительные канонические переменные. Обоснование полезности такого подхода рассматривалось давно [1]. Очевидно, что этот подход может быть результативным и в ситуациях, связанных с изменением массы релятивистской частицы. В данной работе решается задача об описании эволюции состояния частицы переменной массы. При этом используется динамическое гамильтоново векторное поле на 10-мерном фазовом пространстве [2].

Состояние частицы изображают точкой  $(x, P)$  кокасательного расслоения  $T \cdot M_4$  пространства Минковского  $M_4$ .  $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$  - координаты мировой точки,  $P = (P_0, P_1, P_2, P_3)$  - компоненты импульсной формы  $\tilde{P} = P_a \tilde{dx}^a$  в точке  $x$ . Далее используется геометрическая система единиц, метрический тензор  $g$  сигнатуры  $(-1, 1, 1, 1)$ . Массу  $m$  частицы определяет 4-импульс (линейный импульс)  $\bar{p} = g(\tilde{p}, \cdot)$ ,  $m^2 = -\tilde{p}(\tilde{p}) \geq 0$ . Греческие индексы принимают значения 0, 1, 2, 3, латинские индексы - 1, 2, 3, индексы кириллицей - 0, 1, 2, 3, 4.

На геометрическом языке [3] суть метода определения динамического векторного поля на расширенном фазовом пространстве частицы [2] состоит в следующем. Вместе с лоренцевыми координатами используется

дополнительная координата одномерного евклидова пространства. Конфигурационное пространство определяется как многообразие  $M_4 \times R$ . Фазовое пространство определяется как кокасательное расслоение  $T \cdot (M_4 \times R)$ . Тогда  $T \cdot (x, x^4)(M_4 \times R) = T_x M_4 \oplus T_{x^4} R$  и вводится координата  $P_4$  кокасательного пространства  $T_{x^4} R$  в точке  $x^4 \in R$ . Переменные  $x^4, P_4$  независимы от переменных  $x, P$  и инвариантны относительно преобразования Лоренца. Переменные  $x^4, P_4$  считаются взаимно сопряженными относительно некоторой гамильтоновой функции  $H(x, x^4, P, P_4) = P_0 + h(x, x^4, P, P_4)$ , где  $h$  - гамильтониан. Это означает, что на расширенном фазовом пространстве  $T(M_4 \times R) = \{(x, x^4, P, P_4)\}$  существует гамильтоново векторное поле

$$\bar{G} = \frac{d}{dx^0} = H_{,a}^a \frac{\partial}{\partial x^a} + H_{,4}^4 \frac{\partial}{\partial x^4} - H_{,\beta}^{\beta} \frac{\partial}{\partial P_{\beta}} - H_{,4}^4 \frac{\partial}{\partial P_4}$$

(с производными:  $H_{,a}^a$  - по  $x^a$ ,  $H_{,4}^4$  - по  $x^4$ ,  $H_{,a}^a$  - по  $P_a$ ,  $H_{,4}^4$  - по  $P_4$ ), дуальное полю 1-формы  $\tilde{G} = \tilde{W}(\bar{G}, \cdot) = \tilde{d}H(x, x^4, P, P_4)$  относительно симплектической 2-формы  $\tilde{W} = \tilde{dx}^a \wedge \tilde{dP}_a \oplus \tilde{dx}^4 \wedge \tilde{dP}_4$ . Также считается, что  $x^4$  параметризует интегральные кривые поля  $\bar{G}$ . Нормирование  $\bar{G}$  приводит к вектору  $\bar{G}_e = d/dx^4 = \bar{G}/H_{,4}^4$  так, что

$$\bar{G}_e = \tilde{W}(\bar{G}_e, \cdot) = dH_e,$$

- где  $H_e = P_4 + h_e(x, x^4, P)$ ,  $h_e$  - решение уравнения  $H = 0$  относительно  $P_4$  (существует, если  $H_{,4}^4 \neq 0$ ). Поле  $\bar{G}_e$ ,  $\bar{G}_e$  контра- и ковариантно относительно преобразования Лоренца.

$$\tilde{G}_e = \tilde{dP}_4 + h_{e,a}^a \tilde{dx}^a + h_{e,4}^4 \tilde{dx}^4 + h_{e,\beta}^{\beta} \tilde{dP}_{\beta},$$

В  $T(M_4 \times R)$  1-форма  $\tilde{G}$  определяет поверхность  $H = const$ . К ним касательны векторы  $\tilde{G}$  и в них лежат интегральные кривые. Если  $(x^0, x^i(x^0), x^4(x^0), P_0(x^0), P_i(x^0), P_4(x^0))$  - интегральная кривая, то  $(x^0, x^i(x^0), x^4(x^0), P_0(x^0) + const, P_i(x^0), P_4(x^0))$  - также интегральные кривые. Из них частице отвечают те, что лежат в гамильтоновой поверхности  $H(x, x^4, P, P_4) = 0$ , ибо по смыслу гамильтониана  $h = P^0$ . На расширенном фазовом многообразии  $T(M_4 \times R)$  состояние частицы изображается точкой  $(x, x^4, P, P_4)$  гамильтоновой поверхности.

Приведенным условиям отвечают любые переменные  $x'^4, P'_4$ , полученные каноническим преобразованием  $x'^4 = x^4(x^4, P_4)$ ,  $P'_4 = P_4(x^4, P_4)$ . Каноничность означает, что  $\tilde{dx}^4 \wedge \tilde{dP}_4 = \tilde{dx}'^4 \wedge \tilde{dP}'_4$ . Условие каноничности - существование производящей функции  $S(x'^4, P'_4)$  такой, что  $P_4 \tilde{ds}^4 = P'_4 \tilde{dx}'^4 + \tilde{dS}$  и равенство якобиана единице [3].

Гамильтониан для частицы с собственной массой  $m$  и электрическим зарядом  $e$  равен  $h = \sqrt{m^2 + (P_i - eA_i)(P^i - eA^i)} - eA_0$ , где  $\tilde{A} = A_a(x)\tilde{dx}^a - 4$ -потенциал электромагнитного поля на  $M_4$  [4]. Переменную  $P_4$  можно выбрать так, чтобы на гамильтоновой поверхности  $P_4 = m^2$ . Тогда гамильтонова функция  $H = P_0 - eA_0 + \sqrt{P_4 + (P_i - eA_i)(P^i - eA^i)}$  определяет поля  $\tilde{H} = \tilde{d}H$ ,  $\tilde{G} = d/dx^0$ .

Поле  $\tilde{G}$  приводит к известному уравнению движения частицы. На интегральных кривых поля  $\tilde{G}$  приращение переменной  $x^4$ , сопряженной  $P_4$ , равно  $dx^4 = dt/2\sqrt{-\tilde{p}(\tilde{p})}$  (если  $\tilde{p}(\tilde{p}) \neq 0$ ),  $dt = \sqrt{-x_a x^a}$  - интервал соответствующей мировой линии. Из уравнения гамильтоновой поверхности нужно выразить  $P_4$  и записать  $H_e = P_4 + (\tilde{P} - e\tilde{A})(\tilde{P} - e\tilde{A})$ ,  $\tilde{G}_e = \tilde{d}H_e$

$$\tilde{G}_e = \frac{d}{dx^4} = \frac{\partial}{\partial x^4} + 2(P^a - eA^a) \frac{\partial}{\partial x^a} + 2e(P^a - eA^a) A_{a,\beta} \frac{\partial}{\partial P_\beta}.$$

Уравнения для 4-импульса следуют

$$\text{из вида } \tilde{G}_e: \frac{d\tilde{p}}{dx^0} = e\tilde{F}(\tilde{u}), \quad \tilde{u} = u^a \frac{\partial}{\partial x^a},$$

$$u^a = \frac{dx^a}{dx^4} = 2(P^a - eA^a), \quad \frac{dP_4}{dx^4} = 0.$$

Преобразование  $x'^4 = 2x^4\sqrt{P_4}$ ,  $P'_4 = \sqrt{P_4}$  с производящей функцией  $S = -P'_4 \cdot x'^4/2$  приводит к переменным  $P'_4 = m$ ,  $dx'^4 = d\tau$  на гамильтоновой поверхности вдоль мировой линии частицы. При параметризации динамического поля переменной  $x'^4$  гамильтонова функция имеет вид  $H_{e\tau} = P'_4 - \sqrt{-(\tilde{P} - e\tilde{A})(\tilde{P} - e\tilde{A})}$ .

Случай заряженной частицы в электромагнитном поле наводит на определение динамического поля для частицы переменной массы. Подбор гамильтоновой функции в этом случае можно начать с определения гамильтоновой поверхности. Её уравнение должно выражать закон сохранения 4-импульса  $\tilde{p} + \tilde{P} = \tilde{P}$ .  $\tilde{P}$  - 4-импульс частицы в начальной точке мировой траектории,  $\tilde{p}$  - в последующей точке.  $\tilde{P}$  - 4-импульс, излученный частицей на мировой траектории между указанными мировыми точками, отличающийся от приращения 4-импульса  $\tilde{p} - \tilde{P}$  знаком. Если поменять начальную и последующую точки ролями, то  $\tilde{P}$  -

4-импульс, поглощенный частицей. Определение собственной массы частицы в последующей мировой точке  $m^2 = -\tilde{p}(\tilde{p}) = -(\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{P} - \tilde{p})$  ведёт к уравнению гамильтоновой поверхности.

Закон сохранения 4-импульса и определение собственной массы частицы приводит к дифференциальному уравнению массы, которое ниже используется для проверки корректности введения динамического векторного поля. Пусть  $\mathcal{G}$  параметр мировой траектории частицы,  $\tilde{p}(\mathcal{G})$  - это  $\tilde{P}$ ,  $\tilde{p}(\mathcal{G} + \Delta\mathcal{G})$  - это  $\tilde{p}$ ,  $\Delta\tilde{p}(\mathcal{G}) = \tilde{p}(\mathcal{G}) - \tilde{p}(\mathcal{G} + \Delta\mathcal{G})$  - это  $\tilde{P}$  - излученный (поглощенный) 4-импульс,  $(\Delta m)^2 = -(\Delta\tilde{p}(\mathcal{G}))(\Delta\tilde{p}(\mathcal{G}))$ . Тогда  $m^2(\mathcal{G} + \Delta\mathcal{G}) - m^2(\mathcal{G}) = (\Delta m)^2 + 2(\tilde{p}(\mathcal{G}))(\Delta\tilde{p}(\mathcal{G}))$ ; деление на  $\Delta\mathcal{G}$  и предельный переход  $\Delta\mathcal{G} \rightarrow 0$ ,  $\Delta\tilde{p}(\mathcal{G})/\Delta\mathcal{G} \rightarrow \tilde{\pi}(\mathcal{G})$ ,  $(\Delta m)^2/\Delta\mathcal{G} \rightarrow (\mathcal{G})$  дают уравнение массы  $dm^2(\mathcal{G})/d\mathcal{G} = (\mathcal{G}) + 2\tilde{p}(\mathcal{G})(\tilde{\pi}(\mathcal{G}))$ .

Пусть  $P_4$  - переменная, равная  $m^2$  на гамильтоновой поверхности,  $\tilde{P}$  - обобщенный импульс,  $H = P_4 + (\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{P} - \tilde{p})$  - гамильтонова функция,  $\tilde{P}(x^4)$  - заданная 1-форма,  $\tilde{\pi}(x^4) = d\tilde{P}(x^4)/dx^4$ . Тогда  $\tilde{G} = \tilde{d}H = dP_4 + 2(P^a - \Pi^a)\tilde{d}P_a - 2(\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{\pi} - \tilde{p})dx^4$  и динамическое поле имеет вид:

$$\tilde{G} = \frac{d}{dx^4} = \frac{\partial}{\partial x^4} + 2(P^a - \Pi^a) \frac{\partial}{\partial x^a} + 2(\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{\pi} - \tilde{p}) \frac{\partial}{\partial P_4}.$$

На гамильтоновой поверхности  $H_{\mathcal{G}} = 0$ ,  $\tilde{P} = \tilde{P} - \tilde{p}$  - 4-импульс,

$$\frac{dP_a}{dx^4} = -\pi_a(x^4), \quad \frac{dm^2}{dx^4} = 2\tilde{P}(x^4)(\tilde{\pi}(x^4))$$

$$\text{или}$$

$$\frac{dm^2}{dx^4} = (x^4) + 2\tilde{P}(x^4)(\tilde{\pi}(x^4))$$

уравнения для 4-импульса и массы, где  $\varphi = -2\tilde{P}(\tilde{\pi})$ . Уравнение массы совпадает с тем, что получено выше. Таким образом, гамильтонова функция  $H_{\mathcal{G}}$  выбрана корректно. На интегральной кривой в случае массивной частицы  $dx^4 = d\mathcal{G} = dt/2m$ .

Переход к параметру  $x^0$  проводится по выше описанной процедуре.  $H = P_0 + h$ ,  $h = -P_0 - \sqrt{P_4 + (P_i - \Pi_i)(P^i - \Pi^i)}$ ,  $\tilde{G} = \tilde{d}H$ . Динамическое векторное поле есть

$$\tilde{G} = \frac{d}{dx^0} = \frac{\partial}{\partial x^0} - \frac{2(P^j - \Pi^j) \frac{\partial}{\partial x^j} + \frac{\partial}{\partial x^4}}{2\sqrt{P_4 + (P_i - \Pi_i)(P^i - \Pi^i)}} + \left( \pi_0 - \frac{(P_j - \Pi_j)\pi^j}{\sqrt{P_4 + (P_i - \Pi_i)(P^i - \Pi^i)}} \right) \frac{\partial}{\partial P_4}.$$

Использование переменной  $P'_4$ , которая на гамильтоновой поверхности равна собственной массе  $m$ , и сопряженной координаты  $x'^4$ , приращение которой на интегральных кривых равно интервалу, возможно только в случае частиц ненулевой массы.

Если считать  $P_4$  обобщенной координатой, а  $p_4 = P_4 - P_4(x^4)$  - значением  $m^2$  на гамильтоновой поверхности и выбрать гамильтонову функцию в виде  $H = P_4 - P_4(x^4) + (\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{P} - \tilde{p})$ , то, хотя выражения полей  $\tilde{G}$ ,  $\tilde{G}$  изменятся, дифференциальные уравнения для  $p_a$  останутся такими же, как и были:  $\tilde{G}_g = \tilde{d}H_g$ ,

$$\tilde{G}_g = \frac{d}{dx^4} = \frac{\partial}{\partial x^4} + 2(P^a - \Pi^a) \frac{\partial}{\partial x^a} + (\pi_4 + 2(\tilde{P} - \tilde{p})(\tilde{\pi})) \frac{\partial}{\partial P_4},$$

где  $\pi_4 = dP_4/dx^4$ . На гамильтоновой поверхности  $\frac{dP_a}{dx^4} = -\pi_a(x^4)$ ,  $\frac{dm^2}{dx^4} = 2\tilde{P}(x^4)(\tilde{\pi}(x^4))$ .

В приведенном рассмотрении изменение 4-импульса частицы определяется процессом, который происходит на (в) частице. Это проявляется в том, что  $\tilde{P}$ ,  $P_4$  - функции только переменной  $x^a$ , которая параметризует мировую траекторию частицы и связана с её собственным временем. Естественно предположить, что  $\tilde{P}$ ,  $P_4$  могут быть функциями и других координат  $x^a$ . Это означало бы, что процесс изменения импульса и массы частицы зависит от мировой точки. Возникает вопрос, какой смысл в этом случае следует придать полю 1-формы  $\tilde{\Phi} = P_a(x, x^4)\tilde{dx}^a$ , заданной на 5-мерном континууме  $M_4 \times R$ . Очевидны два подхода к ответу. Первый состоит в том, что  $\tilde{\Phi}$  - это формальная величина, которая изображает процесс изменения импульса и массы частицы в окрестности мировой точки. Другой подход состоит в том, что  $\tilde{\Phi}(x, x^4)$  представляет реальное физическое поле, с которым взаимодействует частица (неполноценным примером этого является 4-потенциал  $\tilde{A}(x)$  электромагнитного поля). Как бы то ни было, рассмотрение общих свойств та-

ких «масс-импульсных» полей интерес-  
но и может быть полезным.

Пусть гамильтонова функция  
 $H = P_{\alpha} - \Pi_{\alpha} + (\tilde{P} - \tilde{\Pi})(\tilde{P} - \tilde{\Pi})$  зависит от  
поля  $\tilde{\Phi} = \Pi_{\alpha}(x, x^4)\tilde{dx}^{\alpha}$ .

Тогда  $\tilde{F} = \tilde{d}H$ ,

$$\bar{F} = \frac{d}{dx^4} = \frac{\partial}{\partial x^4} + 2(P^{\alpha} - \Pi^{\alpha})\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} +$$

$$+ (\Pi_{\alpha,4} + 2(P^{\alpha} - \Pi^{\alpha})\Pi_{\alpha,4})\frac{\partial}{\partial P_{\alpha}}.$$

Уравнения 4-импульса  $\tilde{p} = \tilde{P} - \tilde{\Pi}$  и массы  
 $p_4 = P_4 - \Pi_4$  есть  $\frac{dp_{\alpha}}{dx^4} = (\Pi_{\alpha,4} - \Pi_{\alpha,4})u^{\alpha}$ ,

$u^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{dx^4} = 2(P^{\alpha} - \Pi^{\alpha}) = 2p^{\alpha}$ ,  $u^4 = 1$ . Изме-  
нение состояния зависит не от 1-формы  
 $\tilde{\Phi}$ , а от 2-формы  $\tilde{F} = \tilde{d}\tilde{\Phi}$ ,  
 $F_{\alpha\beta} = \Pi_{\alpha,4}\Pi_{\beta,4}$  аналогично тому, как  
движение заряженной частицы опре-  
деляется 2-формой электромагнит-  
ного поля. 10 независимых её ком-  
понент можно разбить на группы,  
которые составляют скаляр  $\lambda = F_{40}$  и  
пространственные векторы: полярные  
 $\bar{E} = F^{0i}\partial/\partial x^i$ ,  $\bar{\varepsilon} = F^{i4}\partial/\partial x^i$  и аксиальный  
 $\bar{B} = F_{23}\partial/\partial x^1 + F_{31}\partial/\partial x^2 + F_{12}\partial/\partial x^3$ ;

$$(F_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 & -\lambda \\ E^1 & 0 & B^3 & -B^2 & \varepsilon^1 \\ E^2 & -B^3 & 0 & B^1 & \varepsilon^2 \\ E^3 & B^2 & -B^1 & 0 & \varepsilon^3 \\ \lambda & -\varepsilon^1 & -\varepsilon^2 & -\varepsilon^3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Если обозначить  $\bar{A} = \Pi^i\partial/\partial x^i$ , то в  
пространственных операциях  $grad$ ,  $rot$   
можно записать:  $\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial x^0} + grad\Pi_0$ ,  $\bar{B} = rot\bar{A}$ ,

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial x^4} + grad\Pi_4, \quad \lambda = \Pi_{0,4} - \Pi_{4,0}.$$

Уравне-  
ния движения имеют вид:  $\frac{dp_{\alpha}}{dx^4} = F_{\alpha 0}u^0$

или  $\frac{d\tilde{p}_{\alpha}}{dx^4} = \tilde{F}(\tilde{u})$ ; в 3-мерном виде

$$\frac{dp_0}{dx^4} = -\bar{E}\tilde{u} - \lambda,$$

$$\frac{d\tilde{p}}{dx^4} = u^0\bar{E} + [\tilde{u}, \bar{B}] + \bar{\varepsilon},$$

$$\frac{dp_4}{dx^4} = \lambda u^0 - \bar{\varepsilon}\tilde{u},$$

$$\text{где } \tilde{u} = (u^i), \tilde{p} = (p^i), \tilde{p}_{\alpha} = p_{\alpha}dx^{\alpha}.$$

При параметризации координатой  
 $x^0$ :

$$\frac{dp_0}{dx^0} = -\bar{E}\tilde{v} - \lambda v^4,$$

$$\frac{d\tilde{p}}{dx^0} = \bar{E} + [\tilde{v}, \bar{B}] + \bar{\varepsilon}v^4,$$

$$\frac{dp_4}{dx^0} = \lambda - \bar{\varepsilon}\tilde{v},$$

$$\text{где } v^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{dx^0}, \tilde{v} = (v^i).$$

Видно, что изменение собствен-  
ной массы частицы задают  $\lambda$ ,  $\bar{\varepsilon}$  и ско-  
рость частицы.

Поскольку  $\tilde{F} = \tilde{d}\tilde{\Phi}$  - точная  
2-форма, то уравнения движения  
частицы инвариантны относительно  
калিবровочного преобразова-  
ния «масс-импульсного потенциала»  
 $\tilde{\Phi}' = \tilde{\Phi} + \tilde{d}f(x, x^4)$ , а «масс-импульсная»  
2-форма удовлетворяет уравнению  
 $\tilde{d}\tilde{F} = 0$ . Левая часть этого уравнения  
- 3-форма, имеющая 10 независимых  
компонент. С точностью до знака  $(\tilde{d}\tilde{F})_{ijk}$   
- это  $div\bar{B}$ ,  $(\tilde{d}\tilde{F})_{0ij}$  - компоненты вектора  
 $rot\bar{E} + \bar{B}_{,0}$ ,  $(\tilde{d}\tilde{F})_{i4}$  - компоненты вектора  
 $rot\bar{\varepsilon} + \bar{B}_{,4}$ ,  $(\tilde{d}\tilde{F})_{j4}$  - компоненты вектора  
 $\bar{\varepsilon}_{,0} + grad\lambda - \bar{E}_{,4}$ . Таким образом, тен-  
зорное уравнение эквивалентно систе-  
ме уравнений:  $div\bar{B} = 0$ ,  $rot\bar{E} = -\bar{B}_{,0}$ ,  
 $rot\bar{\varepsilon} = -\bar{B}_{,4}$ ,  $grad\lambda = \bar{E}_{,4} - \bar{\varepsilon}_{,0}$ .

Инварианты 2-формы  $\tilde{F}$  - свёртки

$$F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = \bar{E}^2 - \lambda^2,$$

$$F_{\alpha\beta}F^{\alpha\gamma} = 2(\bar{E}^2 - \bar{B}^2)$$

и соответственно

$$F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = 2(\bar{E}^2 - \bar{B}^2 + \bar{\varepsilon}^2 - \lambda^2).$$

Кроме  
того, есть инварианты, связанные с  
3-вектором  ${}^*\tilde{F}$ , дуальным к 2-фор-  
ме  $\tilde{F}$  относительно 5-формы объ-  
ёма  $\tilde{\omega} = \tilde{dx}^0 \wedge \tilde{dx}^1 \wedge \tilde{dx}^2 \wedge \tilde{dx}^3 \wedge \tilde{dx}^4$ :  
 $\tilde{F} = \tilde{\omega}(\tilde{F})$ .  $(\tilde{F})^{\alpha\beta\gamma\delta} = \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\mu} F_{\mu\sigma}$ , где  $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta\mu}$   
- символы Леви - Чивиты.

$$((\tilde{F})^{\alpha\beta\gamma\delta}) = \begin{pmatrix} 0 & B^1 & B^2 & B^3 \\ -B^1 & 0 & -E^3 & E^2 \\ -B^2 & E^3 & 0 & -E^1 \\ -B^3 & -E^2 & E^1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Свёртка  $(\tilde{F})^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta}$  - это вектор

$$\tilde{\Psi} = 4\left(\bar{B}\bar{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial x^0} + [\bar{E}, \bar{\varepsilon}] + \lambda\bar{B}\right)\frac{\partial}{\partial x^4} - \bar{B}\bar{E}\frac{\partial}{\partial x^4}.$$

Инварианты  $\tilde{\Psi}^{\alpha} = 16\left(-(\bar{B}\bar{\varepsilon})^2 + ([\bar{E}, \bar{\varepsilon}] + \lambda\bar{B})^2\right)$ .

Дальнейшее развитие представлен-  
ного в данной работе направления связа-

но, в первую очередь, с поиском приме-  
ров и применений «масс-импульсного  
поля». Полезным может оказаться и из-  
учение свойств такого поля.

## References:

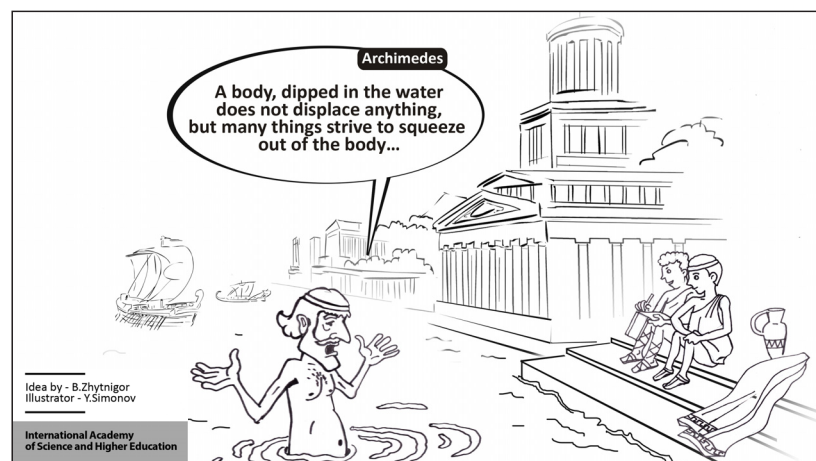
1. Greenberger D. Ann. Inst. H. Poincare. Phys. theor. - 1988. - 49, No. 3., pp. 307-314.
2. Samojlov S.N. Vestnik Vostochnoukrainskogo nacional'nogo universiteta [East Ukrainian National University bulletin]. - 2004., No. 5(75)., pp. 123-130.
3. Shutc B. Geometricheskie metody matematicheskoy fiziki [Geometrical methods of mathematical physics]. - Moscow., Mir, 1984. - 304 p.
4. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoriya polja [Field theory]. - Moscow., Izd. «Nauka». 1973. - 504 p.

## Литература:

1. Greenberger D. // Ann. Inst. H. Poincare. Phys. theor. - 1988. - 49, №3. - С. 307 - 314.
2. Самойлов С.Н. // Вестник Восточ-  
ноукраинского национального универ-  
ситета. - 2004. - №5(75). - С. 123-130.
3. Шутц Б. Геометрические мето-  
ды математической физики. - М.: Мир,  
1984. - 304с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория  
поля. - М.: Изд. «Наука». 1973. - 504с.

## Information about author:

1. Sergei Samoilov - Candidate of  
Mathematics and Physics, Associate  
Professor, Technological institute of  
V. Dal's East Ukrainian national  
university (Severodonetsk city); address:  
Ukraine, Severodonetsk city; e-mail:  
raisa1929@rambler.ru



# MATHEMATICAL MODELS OF DISTRIBUTION OF CARCINOGENIC RADIOACTIVE AEROSOL POLLUTANTS IN ATMOSPHERE

R. Musayev, Candidate of Mathematics and Physics  
Baku State University, Azerbaijan

Modeling of continuous long-term influence of carcinogenic radioactive aerosol pollutants in the atmosphere is considered in article. Paskvill's calculation model is used by the International Meteorological Society. In order to correlate the Paskvill's formula, some amendments have been made by authors and the new formula has been presented. This improved Paskvill's model allows increasing the precision of forecasting of distribution of carcinogenic radioactive aerosol pollution in the atmosphere by thirty percent.

**Keywords:** carcinogenic aerosols, radiation, atmosphere, diffusional equations, Paskvill's model

Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship


# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КАНЦЕРОГЕННЫХ РАДИОАКТИВНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Мусаев Р.А., канд. физ.-мат. наук  
Бакинский государственный университет, Азербайджан

В статье рассматривается моделирование непрерывного длительного влияния канцерогенных радиоактивных аэрозольных примесей в атмосфере. Международная метеорологическая организация пользуется расчетной моделью Пасквилля. С целью корреляции формулы Пасквилля авторами были введены некоторые поправки. В результате предложена усовершенствованная формула модели Пасквилля, позволяющая увеличить точность прогнозирования распределений канцерогенных радиоактивных аэрозольных примесей в атмосфере более чем на 30%.

**Ключевые слова:** канцерогенные аэрозоли, излучение, атмосфера, диффузионные уравнения, модель Пасквилля.

Участники конференции, Национального первенства по научной аналитике,  
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1074>

Одним из основных факторов причин экологического загрязнения атмосферы являются канцерогенные аэрозольные соединения. Для определения уровня загрязнения атмосферы этими соединениями необходимо определить их распределения в ней. Применение для этой задачи научно технических экспериментов требуют больших финансовых затрат. Кроме этого осуществление этих экспериментов из-за сложности и трудоёмкости невозможно выполнить по техническими сложностями на сегодняшний день. Поэтому для решения таких проблем создаются различные математические модели. На основе этого необходимо создать расчётные методы. Несмотря на интенсивное развитие диффузионной теории турбулентных течений в атмосфере и гидросфере, в этой теории есть множество нерешенных проблем. В ряду этих проблем входит определение распределения радиоактивных канцерогенных аэрозолей в атмосфере. Процесс распределения в атмосфере канцерогенных аэрозолей моделируется при помощи уравнений переносной диффузии, а решения их ведутся в двух направлениях. Один из них на основе статистической теории Гауссовского распределения, другой ищутся в решении дифференциаль-

ных уравнений при определенных граничных условиях. При наличии множества разработанных алгоритмов использованных систем математических уравнений, их решения даются либо в аналитическом виде, либо приближенным полуэмпирическим расчетным методом. Несмотря на использования в разных моделях параметров, некоторые значения которых взяты из натурных экспериментов, имеются большие расхождения при определении распределения концентрации вредных радиоактивных аэрозольных примесей. Имеющая погрешность в расчетных модели дающихся больше расхождения зависит от продолжительности загрязнения, от масштаба захватывающих территорий от атмосферных условий. [1,3,5].

Непрерывное длительное загрязнение атмосферы аэрозольной радиоактивной примесей модели Пасквилля на основе гауссовского распределения дается в нижеприведенной полуэмпирической формуле.

$$A_v = \frac{Q \cdot \bar{u}_j}{\pi \sqrt{2\pi} \cdot x} \sum_{j=1}^6 \frac{\bar{F}_j(x) \cdot \omega_j}{u_j \cdot \sigma_j(z)} \cdot \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma^2(z)}\right) \cdot (1)$$

Где  $A_v$  – концентрация выброшенных в атмосферу вредных радиоактивных примесей;

$Q$  – начальный поток выброшен-

ных в атмосферу вредных радиоактивных примесей;

$x$  – расстояние от источника до выброшенной в атмосферу радиоактивных примесей;

$\bar{u}_j$  – средняя скорость ветров;

$h$  – эффективная высота выброса радиоактивных примесей;

$\bar{u}_j$  – среднее значение фазы ветров в заданном интервале времени;

$j$  – категория продолжительности зависящая от метеорологических условий для модели Пасквилля;

$\omega_j$  – среднее значение турбулентного течения в заданном интервале времени;

$\bar{F}_j(x)$  – функция ослабления примесей радиоактивных аэрозолей, зависящей от атмосферных условий;

$\sigma_j(z)$  – дисперсия примесей вредных радиоактивных аэрозолей по оси  $Z$ .

Расчет по непрерывному распределению примеси радиоактивных загрязнений ведется в большом интервале времени по методу отвисающих Пасквилловской модели

$$A_v = \frac{Q \cdot \bar{F}_j \cdot \omega_j \cdot \bar{u}_j}{\pi \sqrt{2\pi} \cdot x h \cdot \bar{u}_j} \cdot (2)$$

Положительной чертой модели Пасквилля считается то что для определения расчете концентрации примесей радиоактивных аэрозолей используются множество графиков



взятых из натуральных экспериментов [1,2,4] из параметров и точности полученных значений параметров из натуральных экспериментов влияет не точность расчета концентрации для того чтобы увеличивать точность расчета концентрации вредных радиоактивных примесей надо усовершенствовать модель расчета. Нами предложенной усовершенствованной модель, в которую введено весовая функция, учитывающая атмосферные явления и широтный синус угла по оси  $Z_0$ .

$$A_V = \frac{7,7 \cdot Q \cdot F_j \cdot \varpi_j \cdot \bar{\eta}_j}{xh \cdot \bar{u}_j} \cdot 10^{-3} \xi \cdot \sin \left[ \frac{\frac{Z_0}{e^{10h}} - 10^{-3}x}{1 + 10^{-4}x} \right] \quad (3)$$

Где  $Z_0$  – усредненный параметр по вертикали, учитывающая рельеф местности;

$\xi$  – весовая функция;

Усредненная концентрация вредных радиоактивных аэрозолей в определенном интервале времени рассчитывается по формуле

$$\bar{A}_V = \frac{1}{T} \int_{T_0}^{T_0+T} A_V(x_i) dt \quad (4)$$

где  $T_0$  – начальная время выброса вредных примесей в атмосфере;

$T$  – конечное время выброса вредных примесей в атмосфере.

На рис.1. приведены расчетные графики при использовании различных модели относительно реперной линии F.

Расчетные графики даны по формулам (1), и (2) и по известным моделям Пасквилля (4). По предложенной нами (3) модели на рис. 1 относительно реперной линии F показывает погрешность ~ 30 %.

С целью улучшения полученных результатов для корреляции модели Пасквилля введены две поправочный параметр. В итоге предложена усовершенствованная формула Пасквилля, позволяющая увеличить точность прогнозирования канцерогенных радиоактивных аэрозольных примесей в атмосфере более чем на 30 %.

## References:

1. I. L. Karol, V.V. Rozanov, Ju.M. Timofeev, Gazovye primesi v atmosphere [Gas impurities in

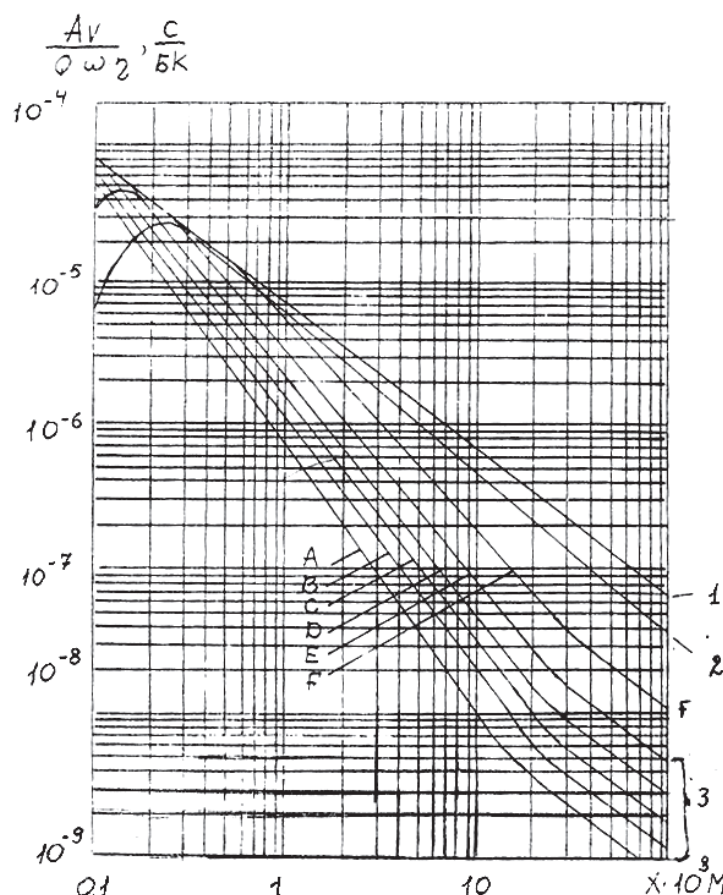


Рис. 1.

the atmosphere]. - Leningrad., Gidrometeoizdat., 1999.

2. Zh. Lenobl, Perenos radiacii v rasseivajushhih i pogloshhajushhih atmosferah [Radiation transfer in the disseminating and absorbing atmospheres]. - Leningrad., Gidrometeoizdat., 1990.

3. G.A. Natanson, A.M. Popov, Metod chislennoho reshenija turbulentnoj diffuzii primesej v pogranichnom sloe atmosfery [Method of numerical solution of turbulent diffusion of impurities in atmospheric boundary layer]. - Leningrad. Gidrometeoizdat., 1975.

4. F. Pajquill, The estimation of dispersion of windborn material. Meteorol. Mag., No. 9., 1961. - 633 p.

5. A.I. Burkov, O.I. Vozzhennikov, Meteorologija i gidrologija [Meteorology and hydrology], No. 2., 2005. - 85 p.

## Литература:

1. И.Л. Кароль, В.В. Розанов, Ю.М. Тимофеев, Газовые примеси

в атмосфере, Гидрометеиздат, Л. - 1999.

2. Ж.. Ленобль, Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах, Гидрометеиздат, Л. - 1990.

3. Г.А. Натансон, А.М. Попов, Метод численного решения турбулентной диффузии примесей в пограничном слое атмосферы, Гидрометеиздат, Л. - 1975.

4. F. Pajquill, The estimation of dispersion of windborn material. Meteorol. Mag., 9, - 1961. - 633 c.

5. А.И. Бурков, О.И. Возжеников, Метеорология и гидрология, №2. - 2005. - 85 c.

## Information about author:

1. Rovshan Musayev - Candidate of Mathematics and Physics, Baku State University; address: Azerbaijan, Baku city; e-mail: samir\_azeri@yahoo.com



APPLICATION OF QUANTUM THEORY  
WHEN STUDYING THE ELECTRONIC  
PHENOMENA OF THE GENERAL  
PHYSICS COURSE

S. Lukashevich, Assistant  
T. Zhelonkina, Senior Lecturer  
V. Sholoh, Candidate of Mathematics and Physics, Associate  
Professor  
Gomel State University named after F. Skorina, Belarus

In this report its authors substantiate the necessity of introduction of quantum ideas while studying the electronic phenomena of the general physics course.

**Keywords:** electronic theory, quantum theory, general physics course.

Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship


ПРИМЕНЕНИЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ  
ЯВЛЕНИЙ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Лукашевич С.А., ассистент  
Желонкина Т.П., ст. преподаватель  
Шолох В.Ф., канд. физ.-мат. наук, доцент  
Гомельский государственный университет им. Ф.  
Скорины, Беларусь

В статье обосновывается необходимость введения квантовых представлений при изучении электронных явлений курса общей физики

**Ключевые слова:** электронная теория, квантовая теория, курс общей физики.

Участники конференции, Национального первенства по научной аналитике,  
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1075>

В общем курсе физики электронные явления в основном рассматриваются с точки зрения классической электронной теории, характеризующейся относительной сложностью, возможностью использовать известные из молекулярной физики статистические закономерности и наглядные модельные представления. Эта теория дает хорошие результаты при рассмотрении многих явлений, особенно, если концентрация участвующих электронов позволяет пренебречь взаимодействием между электронами.

В разделе «Электричество» курса общей физики необходимо изучать многие электронные явления и свойства, которые не находят объяснения в пределах классической теории, поэтому необходимо пользоваться квантовыми представлениями. К таким вопросам относится электропроводность металлов и полупроводников, сверхпроводимость, магнитные свойства атомов и вещества, работа выхода электронов, контактные явления, автоэлектронная эмиссия и т.д.

При изучении электропроводности металлов необходимо характеризовать систему свободных электронов, пользуясь понятием квантового состояния, принципом Паули, квантовыми характеристиками электрона, соотношением неопределенностей и функцией распределения Ферми. На основе этих представлений необходимо вычислить значение энергии Ферми, температуру вырождения и харак-

теризовать границы применимости классической электронной теории.

Принцип Паули дает возможность обосновать модель свободных электронов квантовой теории Зоммерфельда. Пользуясь этой моделью нетрудно получить выражение электропроводности металлов, показать физический смысл электрического сопротивления и его зависимость от температуры

На основе понятия энергетического спектра разрешенных для электронов значений энергий необходимо характеризовать зонный спектр электронов в кристаллах, из которого следует, что между полупроводниками и диэлектриками нет принципиального различия, а есть только количественное различие в ширине запрещенной зоны, и что обращение проводимости в нуль - есть характерное свойство всех кристаллов за исключением металлов. Зонная модель энергетических состояний электронов упрощает качественную характеристику электрических свойств полупроводников, получение количественных параметров, зависимость электропроводности от температуры, примесей и контактные свойства.

Основным исходным положением при рассмотрении контактной разности потенциалов между металлами является условие термодинамического равновесия двух систем, способных обмениваться частицами. В частности, это условие выражается в равен-

стве электрохимических потенциалов двух систем, которые могут быть представлены как термодинамический потенциал, отнесенный к одной частице:

$$\mu = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial N} \right)_{P, T}.$$

Тогда очевидно, что для электронов в твердых телах в случае термодинамического равновесия электрохимический потенциал будет равен энергии Ферми:

$$\mu = E_F.$$

При изучении работы выхода электронов и контактных явлений необходимо использовать понятие уровня Ферми и его зависимость от температуры. Введение понятия туннельного эффекта позволяет объяснить автоионизацию, автоэлектронную эмиссию и эффект Шоттки.

Особо следует отметить, что при построении энергетических диаграмм для электронов в твердых телах, находящихся в контакте, необходимо применять единую шкалу энергий, единое начало отсчета. Естественной шкалой энергий, применимой как в случае взаимодействующих, так и в случае контактирующих металлов, является энергетическая шкала с началом отсчета  $E = 0$  на бесконечности. Таким образом, условием равновесия систем электронов двух контактирующих металлов будет равенство их электрохи-

мических потенциалов, отсчитанных относительно общего начала. Выравнивание энергий Ферми находящихся в контакте металлов осуществляется за счет преимущественного перехода электронов из металла с меньшей работой выхода в металл с большей работой выхода, вследствие чего устанавливается контактная разность потенциалов, определяемая разностью работ выхода электронов из находящихся в контакте металлов

$$e\varphi_k = A_1 - A_2.$$

Вводимое во многих учебных пособиях по курсу общей физики и физики твердого тела понятие внутренней контактной разности потенциалов основано на применении классических представлений о потенциальной и кинетической энергии электронов внутри металла и не имеет физического смысла, так как не определяет реально измеримых на опыте величин: контактного поля и контактной разности потенциалов.

Не имеет оснований также деление контактной разности потенциалов на внешнюю и внутреннюю. Эти выводы подтверждаются теорией и экспериментальными данными по исследованию полупроводниковых приборов, основанных на использовании р-п- переходов, гетеропереходов и переходов металл-полупроводник.

Если к вышесказанному добавить, что характеризующие магнитные свойства атомов и молекул используются понятия орбитальных и спиновых квантовых чисел и соответствующие магнитные моменты электронов, то становится ясным, что в курсе электричества необходимо использовать многие квантовые понятия при рассмотрении электронных явлений с точки зрения современной теории.

В учебной литературе по общему курсу электромагнетизма в большей или меньшей степени используются квантовые представления, особенно при характеристике состояния электронов в металлах и полупроводниках. Но введение этих представлений и квантовых характеристик в учебниках по общей физике является непоследовательным и декларативным.

Такое неудовлетворительное положение продолжает существовать под действием исторически сложившихся

традиций и некоторой инертности в общем курсе физики: пользоваться только классической электронной теорией. Известно, что квантовые понятия вводятся уже в элементарном курсе физики не как дополнение, а как основа более совершенного объяснения явлений микромира. Тем более в общем курсе физики многие электронные явления и свойства вещества необходимо рассматривать с точки зрения современной электронной теории. Соглашаясь с этой необходимостью, возникает вопрос о возможностях применения квантовой теории. В смысле времени - дополнительные затраты не возникают. Главная трудность - в незнании студентами основных квантовых понятий. Поэтому предлагается целесообразным в начале курса по электричеству рассмотреть основы строения атомов в пределах теории Бора-Зоммерфельда, пользуясь достаточными знаниями студентов из элементарного курса.

Это позволит последовательное и отчасти обоснованное введение понятий дискретных состояний электрона, квантовых чисел, принципа Паули, волновых характеристик электронов и соотношения неопределенностей.

## References:

1. Kalashnikov, S.G. *Jelektrichestvo* [Electricity]. S.G. Kalashnikov. - Issue 3, reprint. - Moscow., Nauka [Science]., 1970. - 667 p.

2. Sivuhin, D.V. *Obshhiy kurs fiziki* [General course of Physics]. Jelektrichestvo [Electricity]., D.V. Sivuhin. - Moscow., Nauka [Science]., 1983. - 688 p.

3. Ansel'm, A.I. *Osnovy staticheskoy fiziki i termodinamiki* [Fundamentals of static Physics and Thermodynamics]., A.I. Ansel'm. - Moscow., Nauka [Science]., 1973. - 385 p.

## Литература:

1. Калашников, С.Г. *Электричество* /С.Г. Калашников. - 3-е изд., стереотипное. - М.: Наука, 1970. - 667 с.

2. Сивухин, Д.В. *Общий курс физики. Электричество* /Д.В. Сивухин. - М.: Наука, 1983. - 688 с.

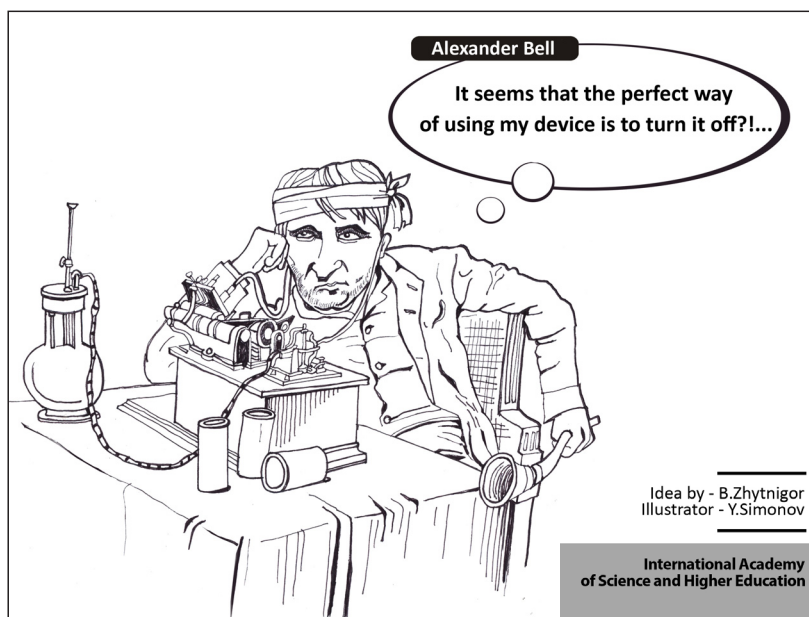
3. Ансельм, А.И. *Основы статической физики и термодинамики*. / А.И. Ансельм. - М.: Наука, 1973. - 385 с.

## Information about authors:

1. Svetlana Lukashevich - Assistant, Gomel State University by named F. Skorina; address: Belarus, Gomel city; e-mail: lukashevich@gsu.by

2. Tamara Zhelonkina - Senior Lecturer, Gomel State University by named F. Skorina; address: Belarus, Gomel city; e-mail: lukashevich@gsu.by

3. Vladimir Sholoh - Candidate of Mathematics and Physics, Associate Professor, Gomel State University by named F. Skorina; address: Belarus, Gomel city; e-mail: lukashevich@gsu.by



International Academy  
of Science and Higher Education

## RESEARCH ON THE INFLUENCE OF TEMPERATURE ON THE ABILITY TO PROCESS MIXES OF POLYMERS WITH FULLERENES

E. Akatov, Postgraduate Student  
M. Gudkov, Postgraduate Student  
T. Igumenova, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer  
Voronezh State Technological Academy, Russia

In the article the influence of fullerene-containing technical carbon (FTC) on rheological properties of rubbers is shown. The general dependence of the injected FTC concentration and the smelt fluidity indicator before and after the temperature influence has been identified.

**Keywords:** fullerene-containing technical carbon, rubber, smelt fluidity indicator, temperature influence.

Conference participants, National championship in scientific analytics, Open European and Asian research analytics championship


## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СПОСОБНОСТЬ К ПЕРЕРАБОТКЕ СМЕСЕЙ ПОЛИМЕРОВ С ФУЛЛЕРЕНАМИ

Акатов Е.С., аспирант  
Гудков М.А., аспирант  
Игуменова Т.И., канд. техн. наук, докторант  
Воронежская государственная технологическая академия, Россия

В статье показано влияние фуллеренсодержащего технического углерода (ФТУ) на реологические свойства карбоцепных каучуков. Выявлена общая зависимость концентрации вводимого ФТУ и показателя текучести расплава до и после температурного воздействия.

**Ключевые слова:** фуллеренсодержащий технический углерод, каучук, показатель текучести расплава (ПТР), температурное воздействие.

Участники конференции, Национального первенства по научной аналитике, Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1076>

В настоящее время большое внимание уделяется исследованиям в области развития наносистем. В первую очередь это связано с приказом президента Российской Федерации «Об утверждении приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации», в котором развитие нанотехнологий названо одним из главных в инновационном развитии экономики страны.

Одним из перспективных направлений модификации свойств полимеров является изучение действия фуллеренсодержащего технического углерода (ФТУ) и смесей фуллеренов на свойства полимерных композитов. Интерес обусловлен неоднозначным влиянием ФТУ на физико-механические и реологические характеристики полимеров. Модифицирующая активность ФТУ, несмотря на его развитую поверхность, находится в области микро-дозировок. ФТУ представляет собой смесь наноматериалов в состав которых помимо аморфного углерода и модифицированного графита входят нанотрубки, нановолокна и фуллереновая сажа.

Данный продукт был получен на базе кафедры УК и МТ Воронежской государственной технологической академии, электродуговым синтезом в среде гелия. Подробный фракционный состав представлен в таблице 1.

Табл.1.

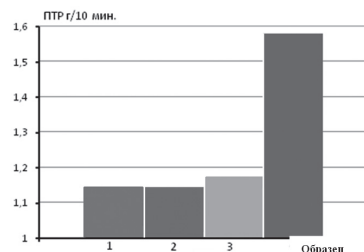
Фракционный состав ФТУ.

Фракция	Содержание, %
Соотношение фракций после экстрагирования толуолом	
Суперлегкий продукт (нановолокна)	7,75
Легкий продукт (нанотрубки и аморфный углерод)	48,34
Тяжелый осадок (модифицированный графит и др. примеси)	43,91
Соотношение различных видов фуллеренов в толуольном экстракте	
Фуллерены группы $C_{50÷C_{58}}$	14,69
$C_{60}$	63,12
$C_{62÷C_{68}}$	5,88
$C_{70}$	13,25
$C_{72÷C_{92}}$	3,06

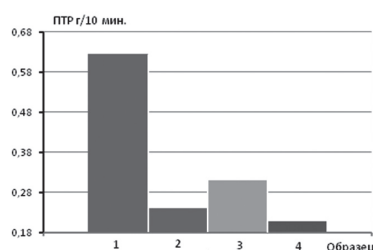
Углеродные нанотрубки сочетают в себе свойства супрамолекулы и твердого тела и также могут рассматриваться как модифицирующий агент при создании полимерных композитов. Эта особенность привлекает к себе постоянное внимание исследователей, изучающих особенности взаимодействия поведения этого объекта в различных условиях. Указанные особенности, представляющие значительный научный интерес, могут быть положены в основу эффективного прикладного использования нанотрубок в различных областях науки и технологии. Однако, как показали предварительные исследования, они отрицательно влияют на свойства эластомерной композиции, приводят к ухудшению технологических свойств, связанное с анизотропией композита

и резкой усадкой смесей в процессах переработки.

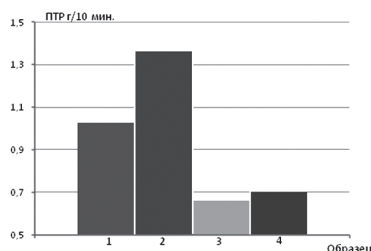
Таким образом в качестве наноматериала была выбрана смесь фуллеренов  $C_{60÷C_{92}}$  (далее СФ), отличающаяся стабильными показателями качества, а среди исследуемых каучуков для сравнения были выбраны: изопреновый (натуральный) каучук (НК) и синтетический каучук этиленпропилендиеновый тройной (ЭПДК). Выбор полимеров обусловлен их разницей в неопределенности и способности к кристаллизации. Концентрация менялась в пределах 0-0,06 м.ч. Вводили СФ в виде раствора на поверхность каучука, после высыхания перемешивали на вальцах. Испытания по определению показателя текучести расплава (ПТР) проводились на приборе ИРТ при температуре 453° К и нагрузке 118 Н.



**Рис. 1. Зависимость показателя текучести расплава НК от содержания СФ, где 1-контрольный образец без ФС; 2-ФС 0,03 м.ч.; 3-ФС 0,045 м.ч.; 4-ФС 0,06 м.ч.**



**Рис. 2. Зависимость показателя текучести расплава подверженного температурному воздействию НК от содержания СФ, где 1-контрольный образец без ФС; 2-ФС 0,03 м.ч.; 3-ФС 0,045 м.ч.; 4-ФС 0,06 м.ч.**



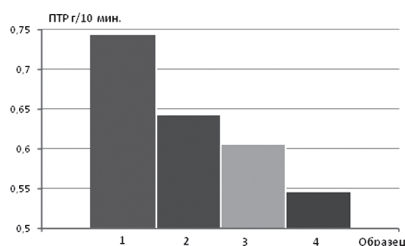
**Рис. 3. Зависимость показателя текучести расплава СКЭПТ от содержания СФ, где 1-контрольный образец без ФС; 2-ФС 0,03 м.ч.; 3-ФС 0,045 м.ч.; 4-ФС 0,06 м.ч.**

С целью изучить реологическое поведение каучуков с фуллеренами после нагрева вторая серия была подвержена воздействию температуры при температуре 373°K в течении 24 часов.

В результате получены следующие зависимости (рис.1-4):

В итоге из представленных данных для НК можно сделать заклю-

чение о том, что введение добавки фуллеренов увеличивает ПТР пропорционально повышению их концентрации. Это, вероятно, связано с облегчением внутримолекулярных взаимодействий и постепенным снижением степени кристалличности изопренового каучука. Для подверженных температурному воздействию



**Рис. 4. Зависимость показателя текучести расплава подверженного температурному воздействию СКЭПТ от содержания СФ, где 1-контрольный образец без ФС; 2-ФС 0,03 м.ч.; 3-ФС 0,045 м.ч.; 4-ФС 0,06 м.ч.**

образцов НК наблюдается обратная зависимость, которая указывает на протекание химических реакций сшивки фуллеренов с полимерной матрицей, что совпадает с соответствующим снижением растворимости термостатированных каучуков и увеличением гель-фракции эластомера.

Влияние фуллеренов на СКЭПТ также вызывает увеличение текучести, однако зависимость имеет не прямолинейный характер, а проходит через максимум при концентрации 0,03 масс.ч. с дальнейшим спадом. Это подтверждает полученные нами ранее результаты о резком повышении степени кристалличности микроблочных эластомеров, к которым относится СКЭПТ, при определенной концентрации фуллеренов. У подверженных температурному воздействию образца проявляется та же тенденция что и у НК, а именно постепенный спад показателя текучести при увеличении концентрации фуллеренов.

Таким образом можно сделать следующие выводы:

при физико-химических взаимодействиях фуллеренов в полимерных матрицах различной химической природы наблюдаются общие закономер-

ности, связанные с действием аллотропной формы углерода как межмолекулярного пластификатора, для каждого полимера необходимо проводить оптимизацию по концентрации в зависимости от его кристалличности и вида блочной структуры.

При повышении температуры до уровня 373°K наблюдается химическое присоединение фуллеренов, что необходимо учитывать в процессах переработки полимеров.

## References:

1. Ukaz Prezidenta Rossijskoj Federacii ot 07.07.2011 g. № 899 «Ob utverzhdenii prioritetnyh napravlenij razvitija nauki, tehnologij i tehniki v Rossijskoj Federacii i perechnja kriticheskikh tehnologij Rossijskoj Federacii» [The decree of the Russian Federation President of July 07, 2011 No. 899 «On approval of the priority directions of science and technology development in the Russian Federation and the list of critical technologies of the Russian Federation»], Access mode: <http://www.garant.ru/hotlaw/federal/335057/>

## Literatura:

1. Указ Президента Российской Федерации от 07.07.2011 г. № 899 «Об утверждении приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации и перечня критических технологий Российской Федерации», Access mode: <http://www.garant.ru/hotlaw/federal/335057/>

## Information about authors:

1. Evgeniy Akatov - Postgraduate Student, Voronezh State Technological Academy; address: Russia, Voronezh city; e-mail: zhenek-asp@mail.ru
2. Maxim Gudkov - Postgraduate Student, Voronezh State Technological Academy; address: Russia, Voronezh city; e-mail: gudokmaksim@yandex.ru
3. Tatyana Igumenova - Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer, Voronezh State Technological Academy; address: Russia, Voronezh city; e-mail: regant7@rambler.ru



## DETERMINATION OF EXPERT ASSESSMENT OF QUALITY

A. Kryukov<sup>1</sup>, Doctor of Economic Sciences, Full Professor,  
Head of a Chair

I. Kriukova<sup>2</sup>, Lecturer of Economics

Siberian Federal University, Russia<sup>1</sup>

Krasnoyarsk Secondary School No. 10, Russia<sup>2</sup>

In this article the algorithm of identification of expert assessment of quality on the basis of the assessment matrix line values has been built for the automated processing of expertise results during the quality assessment. Methods of products, works and services quality assessment require subjective assessment by experts. It is possible to use the grading system of quality indicators for the express-assessment of product quality.

**Keyword:** expertise results processing, quality assessment, algorithm, express-assessment, grading system.

Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА

Крюков А.Ф.<sup>1</sup>, д-р экон. наук, проф., зав. кафедрой

Крюкова И.А.<sup>2</sup>, преподаватель экономики


Сибирский федеральный университет, Россия<sup>1</sup>

СШ №10 МО г. Красноярска, Россия<sup>2</sup>

В работе для автоматизированной обработки результатов экспертиз при оценке её качества построен алгоритм выявления экспертной оценки качества на основе значений строк матрицы оценки. Методы оценки качества изделий, работ и услуг требуют использования субъективных оценок экспертов. Для экспресс-оценки качества продукции можно использовать балльную систему по показателям качества.

**Ключевые слова.** Обработка результатов экспертиз. Оценка качества. Алгоритм. Экспресс-оценка. Балльная система.

Участники конференции Национального первенства по научной аналитике  
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1077>

### 1. Алгоритм определения экспертных оценок качества

Для автоматизированной обработки результатов экспертиз при оценке качества оценки построен алгоритм выявления экспертной оценки качества на основе значений строк матрицы оценки  $|O_{ij}|$ . Матрица оценки по  $m$  - показателям при определении получена произведением матрицы весовых коэффициентов показателей качества  $|C_{ij}|$  и матрицы двоичных показателей экспертных оценок  $|Э_{ij}|$  по каждой  $n$  - группе  $m$  - показателей, использованных экспертами для оценки качества потенциала  $|O_{ij}| = |C_{ij}| \cdot |Э_{ij}|$ .

Это позволяет иметь матричную базу экспертных оценок [1] качества и установить с какого числа экспертов  $k$  может быть обеспечена заданная вероятность получения качественной оценки -  $p$  и ее достоверная величина в оценке -  $\bar{O}$ . Для этого предлагается следующий алгоритм (рис.1):

### 2. Эксперты в оценке качества потребительских свойств товара

Методы оценки качества изделий, работ и услуг требуют использования субъективных оценок экспертов. Для экспресс-оценки качества продукции можно использовать  $n$  - балльную систему по  $m$  - показателям качества. В этом случае строится матрица весовых коэффициентов показателей качества и заполняется матрица экспертов, участвующих в оценке. Достоверность оценки качества изделий зависит от числа экспертов, участвующих в одновременной

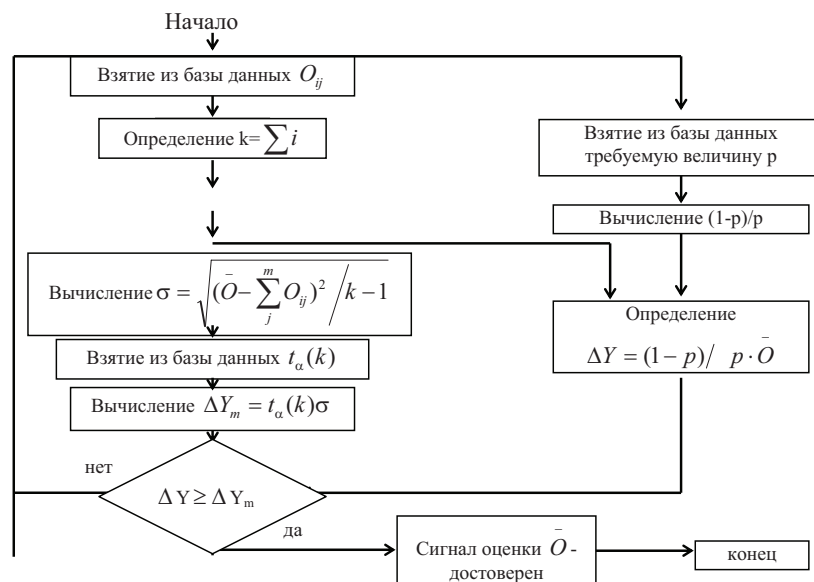


Рис.1. Алгоритм

оценке. Требуется обосновать минимальное число экспертов, обеспечивающих заданную вероятность получения достоверного качества продукции. В основу этого расчета лежит равенство доверительных интервалов отклонений в оценке качества продукции. При этом доверительный интервал отклонений, вычисленный по допустимой вероятности математического ожидания случайной величины уровня качества, должен быть равен доверительному интервалу отклонений измеренной величины, определенному через среднеквадратичное отклонение случайной величины и коэффициент Стьюдента [1], величины которых зависят от числа экспертов, участвующих в оценке качества продукции.

Тогда  $\Delta O_p$  - доверительный интервал отклонений в оценке качества изделий через допустимую вероятность их высокого качества -  $p$  вычислим по следующему выражению:

$$\Delta O_p = (1-p)/p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k O_{ij} / k$$

где  $O_{ij}$  - оценка  $i$  - качества  $j$  - экспертом,

$m$  - число показателей качества,

$k$  - число экспертов,

Одновременно доверительный интервал отклонений в измеренной экспертами оценке качества продукции через среднеквадратичное отклонение -  $\sigma$  и коэффициент Стьюдента -  $t_{\alpha}$  равен:



$$\Delta O_{\sigma} = t_{\alpha} \sqrt{\left[ \sum_{j=1}^k \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k O_{ij} / k - \sum_{i=1}^m O_{ij} \right)^2 \right] / k - 1}$$

Для обеспечения статистической надежности выполненных экспертами оценок необходимо, чтобы через  $\Delta O_p$  и  $\Delta O_{\sigma}$  обеспечивалось неравенство

$$\Delta O_p \geq \Delta O_{\sigma} \quad (1)$$

При заданных уровнях вероятности качественности продукции (0.9; 0.95; 0.99) после преобразования неравенства (1) определяем минимальное число экспертов  $k$ , которое необходимо иметь для текущей оценки качества продукции.

$$\geq t_{\alpha} \sqrt{\left[ \sum_{j=1}^k (1 - p) / p \geq \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k O_{ij} / \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k O_{ij} \right)^2 \right] / k - 1} \quad (2)$$

Неравенство (2) связывает вероятность достоверности для получения качественной продукции –  $p$  с величинами  $t_{\alpha}$  и  $\sigma$ , которые зависят от числа экспертов, участвующих в оценке. Имея матрицу столбцов весо-

вых коэффициентов  $|C_j|$  для параметров качества и матрицу строк оценок экспертов  $|\mathcal{E}_j|$  в двоичной системе по параметрам качества, определяем матрицу экспертных оценок  $|O_j|$  как произведение матрицы весовых коэффициентов и матрицы оценок экспертов по выражению (3):

$$|O_{ij}| = |C_{ij}| \bullet |\mathcal{E}_{ij}| \quad (3)$$

В  $n$  – бальной системе экспертной оценки качества продукции каждый  $j$  – эксперт заполняет по своему номеру одну строку матрицы  $|\mathcal{E}_j|$ . В строке имеется  $m$  – показателей качества, сгруппированных в  $g$  – групп качеств. В каждой из групп эксперт в соответствии со своей квалификацией по выявленным недостаткам продукции выставляет оценку 0 либо 1 по показателям  $g$  – группы.

Таким образом, в каждой строке матрицы  $|\mathcal{E}_j|$  должно быть  $g$  – единиц и  $(m-g)$  – нулей. Подставив в неравенство (2), полученные значения  $O_{ij}$  и табличные значения, вычисляем минимальное число экспертов  $k$ ,

обеспечивающих заданную вероятность достоверности качества продукции –  $p$ .

## References:

1. Korn T. Spravochnik po matematike [Mathematics manual]. T. Korn, E. Korn. – Moscow., Fizmatgiz, 1985. – 450 p.

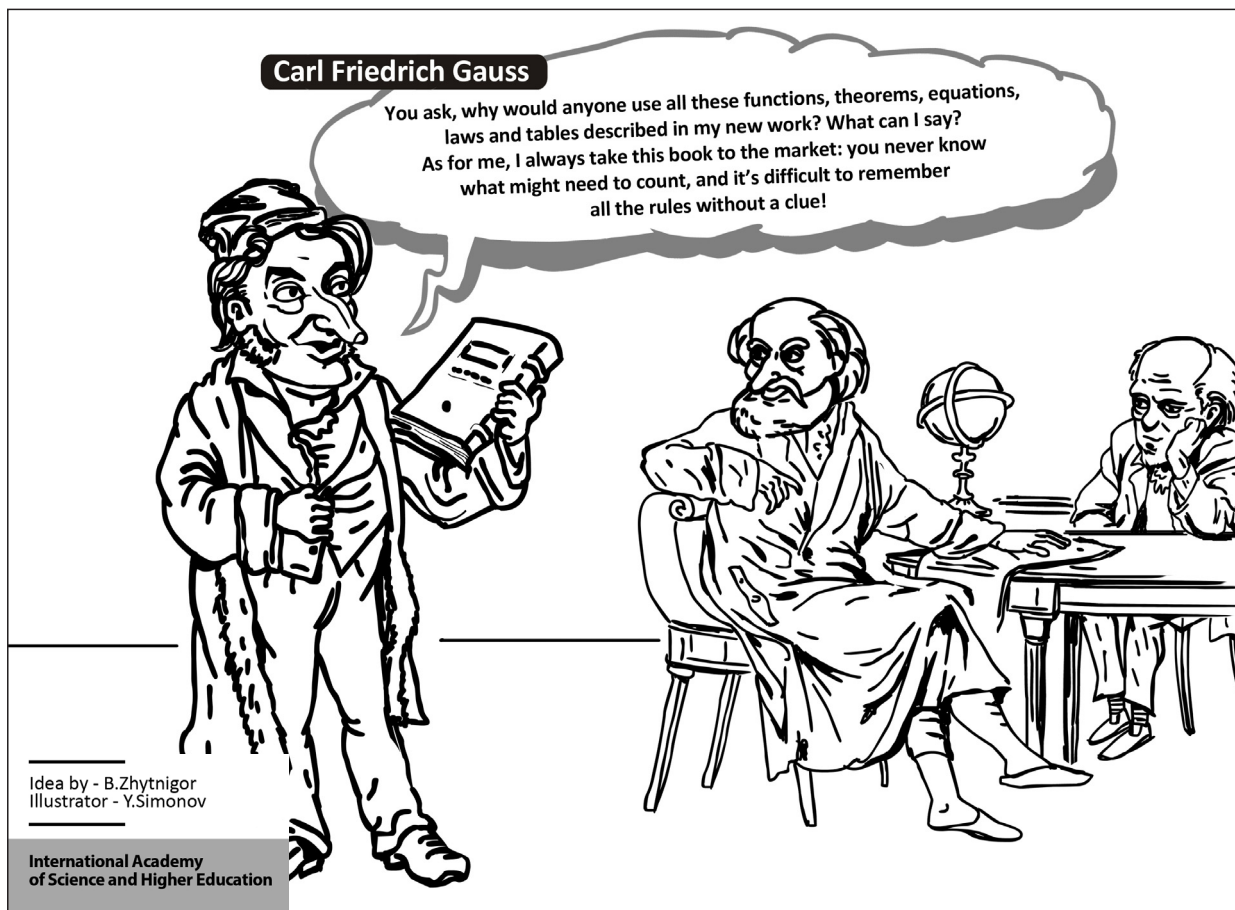
## Литература:

1. Корн Т. Справочник по математике /Т. Корн, Е. Корн. – М.: Физматгиз, 1985. – 450 с.

## Information about authors:

1. Alexandr Kryukov - Doctor of Economics, Full Professor, Head of a Chair, Siberian Federal University; address: Russia, Krasnoyarsk city; e-mail: [krukov\\_a\\_f@rambler.ru](mailto:krukov_a_f@rambler.ru)

2. Irina Kriukova - Lecturer of Economics, Krasnoyarsk Secondary School №10; address: Russia, Krasnoyarsk city; e-mail: [krukov\\_a\\_f@rambler.ru](mailto:krukov_a_f@rambler.ru)



Idea by - B.Zhytnigor  
Illustrator - Y.Simonov

International Academy  
of Science and Higher Education

## MATHEMATICAL INDUCTION. ISSUES

R. Kljukov, Postgraduate Student  
S. Kljukov, Engineer  
Pryazovskyi State Technical University, Ukraine

Since olden times the phenomenon of new knowledge emergence has been noticed through generalization of homogeneous experience-based facts by means of induction. If all facts from a set are investigated, induction is complete. Incomplete induction is more interesting for Cognition, but it was with a problem. Socrates improved the inductive generalization with through Socratic method, logos - verbal dialectics. Plato solved the problem of induction by means of numerical dialectics of hierarchy of ideas-eidos-numbers. Aristotle took only ideas, introduced axioms and added problems.

**Keywords:** generalization, induction, deduction, intuition, Truth, ideals, axioms.

Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship


МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ.  
ПРОБЛЕМЫ

Клюйков Р.С., аспирант  
Клюйков С.Ф., инженер  
Приазовский государственный технический университет,  
Украина

Издавна замечено явление новых знаний обобщением однородных опытных фактов индукцией. Если исследованы все факты множества, индукция полная. Для Познания интересней неполная, но она была с проблемой. Сократ индуктивное обобщение улучшил майевтикой, логосом - словесной диалектикой. Платон решил проблему индукции числовой диалектикой иерархии идей-эйдосов-чисел. Аристотель взял лишь идеи, ввёл аксиомы и добавил проблем.

**Ключевые слова:** обобщение, индукция, дедукция, интуиция, Истина, идеалы, аксиомы.

Участники конференции, Национального первенства по научной аналитике,  
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1078>

Еще далёкие предки заметили в Природе повторяемость явлений, догадались о существовании общего порядка, пытались сравнением сходных фактов установить правила гармонии, предугадать развитие. Накопление информации, систематизация, целостный охват частных фактов – первые шаги Человечества по дороге к Знанию о Вселенной, повсеместно и беспрекословно подчиняющейся невероятно хитроумным вечным законам.

Со временем метод рассуждения от отдельных частных фактов к обобщённому выводу, объясняющий предсказывающий новое, назвали индукцией. (БСЭ): «ИНДУКЦИЯ (греч. epagoge - наведение), вид обобщений, связанных с предвосхищением результатов наблюдений и экспериментов... этот общий взгляд выражается, как правило, посредством новых понятий, как бы расшифровывающих «скрытый смысл» наблюдаемых явлений, и закрепляется в формулировках причинных или же статистических законов». Принцип метода: признак отдельных вещей и явлений переносится на все однородные вещи и явления.

Индукция называется полной, если были исследованы все вещи и явления данного класса. Она максимально достоверна, если посылки истинны. Последующий перенос признаков общего на частное логически чётко обоснован и широко известен как дедукция – стандарт строгости и

обоснованности логического мышления! Но полная индукция не привлекательна исследователям, так как является тривиальным отчётом об уже познанных фактах. Исследователи чаще пользуются неполной индукцией, перенося уже исследованные признаки ещё непознанные области знаний с большей или меньшей степенью вероятности подтверждения их там. Простая многократность повторения опытных данных в отсутствии исключений внушает исследователям уверенность в её регулярности, неизменности во всех сходных случаях. Однако это лишь предположение, так как подобный перенос признаков частного на общее не является логически обоснованным. Его логический закон – индукция – всё ещё поле неясного, проблематичного, но интенсивно развивающегося сегодня в логике. До сих пор индукция – «дырявая труба»: сколько истинных посылок не вливай в её начало, всё равно на выходе истинное заключение не получишь! Поэтому БСЭ безапелляционно заявляет: «Никакой логический закон не соответствует переходу от частного к общему!» Истина индуктивных обобщений логически невероятна! Но Человечество упрямо выделяет новые и новые виды индукции: электрическая, магнитная, электромагнитная, химическая, электростатическая, научная, в физиологии, эмбриологии, и даже – социологическая!

Что такое «обворожительное» про-

должает притягивать нас в индукции?

До сих пор едва узаконенной ошупью, слепой интуицией растут наши знания, увеличивается их степень общности, множатся «индуктивные обобщения», «опытные истины», «эмпирические законы» и т.п. Человечество всё больше утверждает во мнении о вероятностном характере всех открытых нами законов Природы. Так как все законы найдены «индуктивной? логикой», «научной? индукцией», выбором из альтернативных гипотез (опровержением одной обязательно подтверждаются оставшиеся), и потому – недостаточны! Реальностью стало древнее выражение софиста Горгия: «Вероятное важнее истинного!» Это создаёт почву Попперу для скептических сомнений во всей совокупности человеческих Знаний [1]: «Все теории представляют собой гипотезы, все могут быть опровергнуты!» Контекстуальное значение «Прогресса» Поппер [2] уже без смущения передаёт понятиями «предсказание» и «предвидение»! Безверие растёт не только в религии, но и в науке – тоже!

В античности мыслители, имея в распоряжении достаточно развитую математику, заметили яркое воплощение принципа индукции в математических выводах и выделили особую математическую индукцию – метод доказательства для объектов, выстроенных порядком натуральных чисел. При этом всё доказательство было чисто дедуктивным (от общего к част-

ному), а всё особенное заключалось в т.н. договорном принципе индукции (БСЭ): «Пусть: 1) число единица обладает свойством  $A$ ; 2) из того, что к.-л. натуральное число  $n$  обладает свойством  $A$ , вытекает, что и число  $n + 1$  обладает свойством  $A$ ». И до сих пор договорными соглашениями математиков («узаконенными» аксиомами) завуалировано осуществляют мало обоснованный переход от частного к общему! Опираются на ряд натуральных чисел какполностью упорядоченное множество. Поэтому считают признак отдельного объекта натурального ряда, свойственным всему ряду. На этом же принципе базируется и убежденность математиков в истинности ряда натуральных чисел, так же бездоказательно и бесстыдно постулируемая в первую очередь любой системой аксиом!

Повсеместно ощущается необходимость применения индукции, как общего взгляда на группы однородных фактов, позволяющего точно объяснить и предсказывать их будущее развитие. Выполненная неполной индукцией абстракция множеств практических знаний помогает быстрее идти вперед даже при их ощутимой недостатке: всё равно мы никогда не сможем исследовать всю бесконечность возможных случаев. В этом - познавательный смысл применения неполной индукции! Но именно здесь, в наиченнейшем преимуществе, скрывается самое слабое место индукции: будучи неполной, она остаётся проблематичной!

На этом этапе своего представления в Познании индукция заинтересовала философию. Древние мыслители в приобретении новых знаний также почётную роль отводили их индуктивному обобщению. В философии и других науках необходимо требовался такой общий взгляд на группы однородных фактов для объяснения и предсказания явлений Природы и общественной жизни. Эпикурейцы в споре со стоиками защищали индукцию как единственный авторитетный метод доказательства законов Природы. Но тут же столкнулись с проблемой его обоснования: не было базиса легитимности индуктивных рассуждений, не было оснований признания их при-

емлемыми, отсутствовала гарантия истинности заключений, несмотря на истинность их посылок – Первая проблема индукции. Эпикурейцы смогли предложить лишь эмпирическое отсутствие противоречащих фактов, мешающих индуктивному обобщению. Все попытки лучшего обоснования индукции – безуспешны!

Парменид идею словесного индуктивного обобщения знаний довёл до предела – Единого неизменного начала всего, которое уже не только не зависело от точки зрения мыслителя, но и эксклюзивно содержало Истину всего сущего, было над ним. Именно такое обобщение Сократ довёл до совершенства своей словесной диалектикой – майевтикой, логосом, словесной вязью вопросов и ответов, целенаправленно ведущей к вечным, неизменным, совершенным, прекрасным, истинным, добротным и добродетельным словесным определениям. Диалектика Сократа – ещё не безукоризненный метод обобщения опытных данных индукцией, а лишь правильное направление движения.

Сократ передал Платону нерешённую Первую проблему индукции: найти и обосновать общий взгляд на однородные факты, метод обобщения единичных правильных наблюдений в одно истинное понятие. Философами был найден только «принцип индукции», один из самых значимых моментов философии и науки вообще, который позволял иногда выводить универсальные законы. Благодаря «принципу индукции» общий взгляд непонятно как приобретал новое качество, выявлял «скрытый смысл наблюдений» и приводил к предположению: так будет в сходных случаях. Но предположение оставалось недоказанным!

Платон разрешил Первую проблему индукции числовой диалектикой, широко и свободно применил в Познании Истин и подробно описал «теорию идей» в «Диалогах».

Аристотель в «Метафизике» уничтожительно оценил сделанное (987b5-10): «Платон, усвоив взгляд Сократа, доказывал, что такие определения относятся не к чувственно воспринимаемому, а к чему-то другому, ибо, считал он, нельзя дать общего определения чего-либо из чувственно

воспринимаемого, поскольку оно постоянно изменяется. И вот это другое из сущего он назвал идеями... Через причастность эйдосам (идеям) существует всё множество вещей. Однако «причастность» - это лишь новое имя: пифагорейцы утверждают, что вещи существуют через подражание числам, а Платон – через причастность. Но что такое причастность или подражание эйдосам, исследовать это они предоставили другим».

Совершенно не поняв Платонову иерархию идей-эйдосов-чисел, Аристотель явными объектами («материя» и «форма») «материализовал» их. «Идеальное» стало «формальным»! Произошло опредмечивание, духовная объективация божественных идеальных образов многочисленными приземлёнными «пещерными» (миф о пещере!) категориями. Отказавшись от Платоновой числовой диалектики, Аристотель лишился идеалов – непререкаемых результатов индукции, и вынужден был предложить им на замену – аксиомы. Их «истинность» он утвердил во «Второй аналитике» (гл. 18) посредством «безошибочной» интуиции! А «нерушимыми» правилами дедукции гарантированно выводил заключения, не уступающие по «истинности» аксиомам! Управился! Это был значительный «шаг назад» от полноценного индуктивно-дедуктивного диалектического метода Платона к поверхностному сугубо дедуктивному методу - единственному надёжному методу получения Истины большинства древнегреческих философов, и то - при условии, что его предпосылки были истинными! Причём, большую Истину, чем в предпосылках – новые знания - получить было невозможно, а меньшая – появлялась сама при малейших погрешностях в доказательствах!

Даже «Метафизика» Аристотеля всей своей сутью уже доказывала, что познаваемость вещей повышается только уменьшением знаний о «материи» и увеличением знаний о «форме»! Приведём оценку Б. Рассела [3, гл. XXII, с. 152]: ««Субстанция», если принимать её всерьёз, вызывает непреодолимые трудности. Предполагается, что субстанция – это носитель свойств, нечто отличное от всех своих

свойств. Но когда мы отбросим свойства и попробуем вообразить субстанцию саму по себе, мы убеждаемся, что от нее ничего не осталось... Одним словом, понятие «субстанция» – это метафизическая ошибка, которой мы обязаны переносу в структуру мира структуры предложения... У Аристотеля есть десять категорий: субстанция, количество, качество, отношение, место, время, положение, состояние, действие и страдание. Дается только единственное определение «категорий»: это «выражения, которые ни в коей мере не означают чего-то сложного», – а затем следует вышеприведенный список. Суть этого определения, по-видимому, та, что каждое слово, значение которого не составлено из значений других слов, означает сущность, или количество, или что-либо ещё. Нет указаний на какой-либо принцип, на основании которого был составлен список из десяти категорий... Что именно подразумевается под словом «категория» у Аристотеля, у Канта и у Гегеля, я, признаться, никогда не был в состоянии понять. Я лично не верю, что этот термин может в какой-либо мере быть полезен в философии, как представляющий ясную идею. В заключение скажу, что доктрины Аристотеля, которыми мы занимались в этой главе, полностью ложны, за исключением формальной теории силлогизма, не имеющей большого значения. В наши дни любой человек, который захотел бы изучать логику, потратил бы зря время, если бы стал читать Аристотеля или кого-либо из его учеников... двухтысячелетнее царствование логики Аристотеля сделало очень трудным её свержение с трона. В течение всей новой эпохи практически каждый успех в науке, логике или философии приходилось вырывать зубами у сопротивлявшихся последователей Аристотеля». Простите, это – у Вас?

Так искорёжив «теорию идей» Платона, Аристотель два с половиной тысячелетия своей «материей» и «формой» на месте идеалов «водил за нос» философов, математиков и всех исследователей Природы. И сегодня в англоязычной литературе «теорию идей» Платона принято переводить «theory of forms», так как и идею-

«эйдос» Платона, и идею-«форму» Аристотеля принято передавать одним термином – «forms». Если в терминах такие руины, то в содержании учения Платона после пересказов Аристотеля – выжженная земля!

А «подарком» от Аристотеля стала Вторая проблема индукции: найти не конечную Истину (индукцией, как было, по Сократу), а бесконечные шаги к Истине (аксиоматикой, как стало, по Аристотелю)! Отсюда – проблема окончательного определения математики, её оснований и много иных «неразрешимых» проблем! [3, с.179]: «Этот шаг Аристотеля привёл не только к забвению Платонова идеализма, а и к упадку философии, как метода поиска Истины, раздроблению её на мелкие и даже мелочные секты, и даже к полному отказу от поиска Истины Скептицизмом, выросшим в Академии после смерти Платона! Пошла мода на разные философии. И это естественно, так как все они были ложны. Это наказание за отказ от стремления к Истине! Потому и наступил упадок всему «древнегреческому»!».

«И хотя Аристотель проникательно проследил развитие идей из опыта, не менее верно, что эти идеи (особенно там, где они дальше всего удалены от опыта) превращаются, в конце концов, из логического продукта человеческой мысли в непосредственное предчувствие сверхчувственного мира, в объект интеллектуальной интуиции» [4, р. 204]. Каков этот объект?

За свои ошибки Аристотель уже не ответит. Но как быть с тысячами тысяч других исследователей, продолжающих слепо вторить и умножать ошибки Аристотеля? Это о Вас?

Через две тысячи лет после решения Платона возникла ещё и Третья проблема индукции, окончательно фундированная Д. Юмом [5]: «Можем ли мы считать истинным распространение частного опыта на структуру всей системы в целом?». И до настоящего времени такие ошибки создают почву для скептических сомнений во всей совокупности человеческих Знаний. Человечество вновь вплотную подошло к непонятному «механизму» Познания нового и надолго остановилось перед ним в недоумении. Практи-

ка Природы и эволюция достигнутого Познания постоянно подсказывали возможность рационального решения проблем индукции, а непонятое решение Платона в «Диалогах» безответно кричало об этом! Но все попытки «обойти» Платона были исключительно иррациональными, так как предлагали на место Платоновых идеалов: «врождённую склонность», «неординарную способность», «интуицию», «экстраполяцию», «априорность», «метафизику»... Все наши новые знания оказывались простыми «верованиями», «заклинаниями», «религиями», не поддающимися рациональному обоснованию! Тупик и безысходность!

Не может никакое количество когда-либо перерасти в Истину! Не может Истина явиться нам последовательными формально-логическими мозаичными!

Оказывается, – иногда может! Согласно бессмертному высказыванию Галилея: «Человеческий разум познаёт некоторые Истины столь совершенно и с такой абсолютной достоверностью, какую имеет сама Природа!» Но как?

Пользуясь индукцией, исследователи постоянно замечали: её обобщение знаний давало «новые знания», истинность которых превышала все предыдущие Знания; заключение, полученное на основе исследования частных случаев, суммировало содержащуюся в них информацию, позволяя обобщить её и взглянуть с более высокой точки зрения. Вот несколько примеров. Философы-математики школы Пифагора индукцией многих пропорций в гармонических произведениях выделили одну (отношение большей части к меньшей равно отношению целого к большей части) и назвали её «золотой божественной пропорцией», «золотым сечением», «золотым числом»! Гегель индукцией в утверждениях о множестве увидел «абстрактный элемент», не порождаемый опытом множества и не вносимый интеллектом исследователя, но заставляющий считать его истинным! Бурбаки индукцией заметил «порождающие математические структуры», за пределами которых разрастались ещё более сложные структурные об-



разования, раскрыл «решающие моменты в прогрессе математики, те повороты взгляда гения на теорию в новом направлении, обнаруживающем структуру, которая, как казалось а priori, не играла там никакой роли!»! Западные исследователи системного анализа индукцией обнаружили «эммерджентность» - приобретение системой особых свойств, неприсущих её элементам и даже их сумме без связей системы! Мэдди характеризовала индукцию определёнными «интуитивными установками (beliefs)», формирующимися даже тогда, когда у субъекта ещё не было языковых средств для их выражения! У большинства исследователей такие «утверждения» и «установки» индукцией часто проявляются некоторой непонятной силой, они называют её – «интуицией», способностью к свёрнутым умозаключениям без промежуточных обоснований и доказательств! По Пуанкаре, индукция – «особенное эстетическое чувство», на основании которого делается вывод о гармонии между множеством исследуемых объектов! По Канту, индукция – «синтетические суждения априори», знания до опыта, «субъективная истина»! По Попперу, индукция – «гипотезы», которые затем проверяются иными средствами! Наконец, современные математики индукцией множества множеств (беспорядочных, упорядоченных и линейно упорядоченных) выделили (totalement ordonné) – «вполне упорядоченное множество», не просто соединённое (что не дало бы ничего нового), а органически скомбинированное одной или несколькими связывающими его аксиомами! Очевидно – все открывали одно и то же! Но что?

Итог приведенных (и многочисленных неприведенных) мнений: окружающей нас Природе присуща некая гармония, которая бесконечно проявляется во всём и всегда! Особенно она становится ярко заметной при сравнениях, сопоставлениях, обобщениях однородных опытных фактов, так как обязательно выказывается наведением, предвосхищением результатов ещё не исследованных фактов, – является нам непонятной индукцией. Индукцией гармония отображается не только эстетическим ощущением

«прекрасного», не только осязаемым физическим порядком «структуры», но – даже сложнейшими математическими «законами»! Именно, опираясь на благостные ощущения, упорядоченность и законность, проявленные индукцией, мы до сих пор грамотно развиваем, безошибочно предсказываем, удачно предвосхищаем весь Прогресс науки. Но при этом заслуженно превозносим индукцию – её «неразрешимыми» Проблемами! А как иначе?

## References:

1. Popper K. Logika i rost nauchnogo znanija. Izbrannye raboty [Logic and growth of scientific knowledge. Selected works]. – Moscow., «Progress», 1983., p. 605
2. Popper K. Predpolozhenija i oproverzhenija [Assumptions and denials]. – Moscow., Ermak, 2004. – 638 p.
3. Rassel B. Istoriya zapadnoj filosofii [History of Western Philosophy]. – Novosibirsk., Izd-vo NSU, 2001.
4. Zeller E. Aristotle. Vol. I. – London., Longmans Green and Co, 1897.
5. Jum D. Issledovanie o

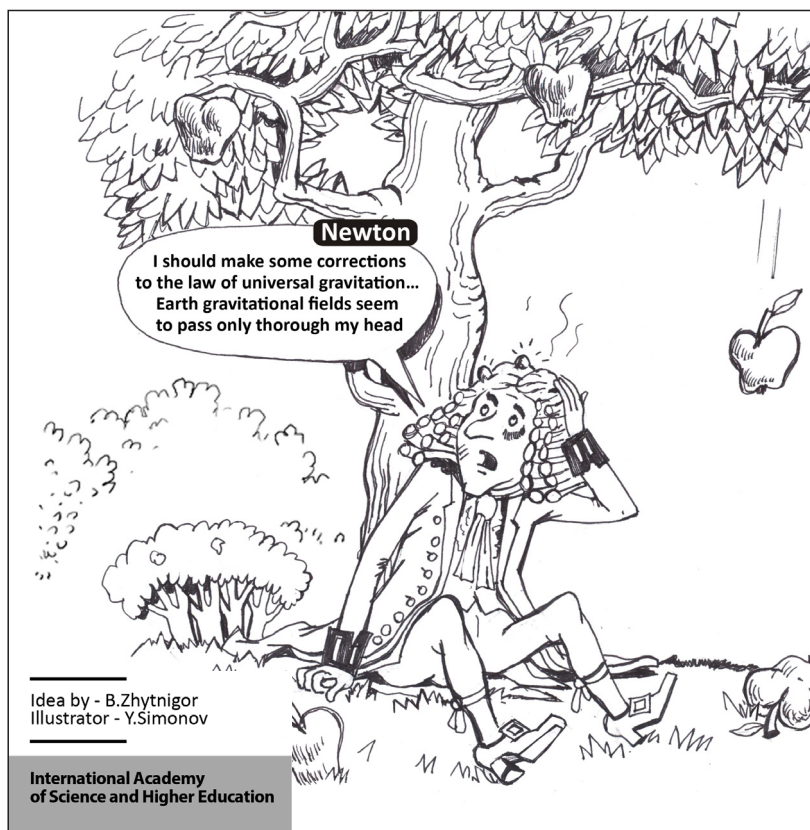
chelovecheskom poznanii [Research on the human cognition]. Composition in 2 Vol. – Moscow., 1966.

## Литература:

1. Поппер К. Логика и рост научного знания. Избранные работы. – Москва., «Прогресс», 1983., с. 605.
2. Поппер К. Предположения и опровержения. – Москва., Ермач, 2004. – 638 с.
3. Рассел Б. История западной философии. – Новосибирск., Изд-во НГУ, 2001.
4. Zeller E. Aristotle. Vol. I. – London., Longmans Green and Co, 1897.
5. Юм Д. Исследование о человеческом познании. Соч. в 2 т. – Москва., 1966.

## Information about authors:

1. Roman Kljukov - Postgraduate Student, Pryazovskyi State Technical University; address: Ukraine, Mariupol city; e-mail: uxnuyn@gmail.com
2. Sergei Kljukov – Engineer, Pryazovskyi State Technical University; address: Ukraine, Mariupol city; e-mail: skljukov@gmail.com





## REFLECTIONS ABOUT THE POWER OF NUMBER SETS. HOW TO COUNT ALL REAL NUMBERS

V. Korolev, Candidate of Mathematics and Physics, Associate  
Professor Saint Petersburg State University, Russia

Remarks and comments to provings of Cantor's theorems related to the theory of sets and new algorithm of comparison of power of the real and natural numbers are offered.

**Keywords:** theory of sets, real numbers, Cantor's theorems.

Conference participant, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship


## РАЗМЫШЛЕНИЯ О МОЩНОСТИ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ. КАК ПЕРЕСЧИТАТЬ ВСЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Королев В.С., канд. физ.-мат. наук, доцент  
Санкт-Петербургский Государственный Университет, Россия

Предлагаются замечания и комментарии к доказательствам теорем Кантора по теории множеств и новый алгоритм сравнения мощности действительных и натуральных чисел.

**Ключевые слова:** теория множеств, действительные числа, теоремы Кантора.

Участник конференции, Национального первенства по научной аналитике,  
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1079>

Следует правильно использовать определения и различные утверждения в основах математики, проверяя условия, логику и выводы.

Вспоминаем определение Кантора: «Множество есть собрание каких-либо различных объектов, образующих нечто целое» [2]. «Два множества имеют поровну элементов, если между ними можно установить взаимно однозначное соответствие».

Пуанкаре писал [4]: «Могут ли обычные правила логики применяться без изменения в тех случаях, когда рассматриваются совокупности, содержащие бесконечное число предметов». Другой источник разногласий возникает в способе понимания определений. Всякий раз, как в этой совокупности прибавляют новые элементы, совокупность меняется.

Важнейшим открытием Кантора считают то, что бесконечные множества различаются в количественном отношении. Это различие он доказывал для множеств действительных и натуральных чисел [2, 3].

Множество **натуральных** чисел определяют с использованием понятия «единица» и операции сложения (добавления). Можно изображать «единицу» арабским числом «1» или в виде камушка, ракушки или песчинки на берегу моря. Для подсчета всех песчинок не хватало времени и стали говорить, что множество натуральных чисел бесконечное, но счетное. Могли бы сосчитать, но не хочется тратить силы. Если заранее ограничить себя, то получим конечное число натуральных чисел.

Множество **рациональных** чисел получают с помощью операции «отношение». Результат записывают в виде дроби (отношение числителя к знаменателю). Оказалось, что разные дроби могут соответствовать одному значению с учетом действия сокращения одинаковых множителей в числителе и знаменателе. Это действие использует еще одну операцию – представление числа в виде произведения сомножителей и дальнейшего сокращения. Две четверти это столько же, сколько одна вторая, когда мы делим пирог. В математике это верно, можно изображать их одним символом или говорить о равенстве, а также изображать одной точкой на числовой оси. Но мы продолжаем говорить «пять десятых или двадцать пять сотых», а также использовать специальные записи таких чисел.

Таким образом, представление множества рациональных чисел в виде двумерной бесконечной таблицы Кантора или массива дробных чисел вполне оправдано. Сравнение двух множеств получается взаимно однозначным в соответствие с тем алгоритмом, который предложил Кантор [3]. Мы можем точно сказать, под каким номером в новом списке (полученном с помощью натуральных чисел) будет соответствующее число из таблицы рациональных чисел и наоборот. На каждом шаге новая диагональ таблицы содержит на одно число больше. Получаем арифметическую прогрессию. Для общего количества членов, которые уже попали в список

на очередном шаге, получаем число  $S = n(n+1)/2$ , которое стремится к бесконечности.

Теорема Кантора доказывает равномощность множеств натуральных и рациональных чисел. Ему удалось также доказать равномощность счетного множества счетному семейству счетных множеств.

**Теорема.** *Счетное множество строчек или столбцов таблицы Кантора даже при каких-то возможных сокращениях при исключении равных чисел из общего массива соответствует множеству чисел всей таблице по мощности.*

Мысленно процесс можно продолжать до бесконечности. Теория множеств Кантора оказала услуги многим, но это было тогда, когда она применялась к истинной проблеме.

Алатин в статье [1], утверждает: «Строка (столбец) матрицы равномощна всей матрице в случае, когда строки и столбцы матрицы представляют собой бесконечные счетные последовательности, или счетное множество равномощно счетному семейству счетных множеств». Получается, что Кантору уже давно удалось доказать равномощность счетного множества счетному семейству счетных подмножеств. При этом очевидно, что всякое множество больше или равно любого его подмножества.

Множество **иррациональных** чисел получают с помощью операции возведения в дробную степень. Например, результат извлечения квадратного корня из числа «два» или

«три» нельзя представить в виде рациональных чисел.

«**Алгебраическими** числами называют корни алгебраических уравнений с целыми коэффициентами. Неалгебраические числа называют трансцендентными. Каждое уравнение степени  $n$  имеет  $n$  корней. Множество всех алгебраических чисел счетно» [2].

Используют также понятия и определения для множества **целых** чисел, когда дополнительно появляется число «0» и вводится умножение на «-1» для получения отрицательных чисел, или **трансцендентных** чисел, которые можно получать с помощью некоторых других действий. Кантору удалось доказать существование трансцендентных чисел, не строя ни одного конкретного примера таких чисел, а лишь исходя из общих соображений.

Перечисленные выше множества чисел объединяют под общим названием множества **действительных** или **вещественных чисел**. Для них используют единую форму записи в десятичной системе счисления в виде числа с бесконечным числом знаков после запятой. «Каждое действительное число можно представить в виде бесконечной десятичной дроби. Некоторые из них, как говорят, даже имеют по две формы записи, например: 0,5000... и 0,4999...» [2].

Равенство чисел 0,5 и 0,4(9) условное, получается в пределе, когда разность между ними стремится к нулю. Но это разные действительные числа. Одно из них после сокращения совпадает с рациональным числом  $1/2$ , а другое только стремится к такому значению.

«Правомерен вопрос: каких чисел больше – рациональных или иррациональных?» [1].

Алатин в своей работе утверждает – «Один из возможных ответов: поскольку между двумя любыми рациональными числами можно указать число рациональное и иррациональное, а между двумя любыми иррациональными числами – число рациональное и иррациональное, оба этих множества следует признать несчетными». Проверить это утверждение легко, но вывод сделан не такой, как

следовало ожидать. Правильнее было бы признать равномощность этих множеств, но автор проходит мимо такого свойства.

Самый принципиальный вопрос о мощности числовых множеств!

**Теорема** (Г.Кантор). «*Множество всех точек отрезка  $[0, 1]$  несчетно*».

Множества, эквивалентные множеству точек отрезка  $[0, 1]$ , называются множествами мощности **континуума**. Имеется в виду, что каждая точка отрезка изображает свое действительное число, которое определяется по определенным процедурам. При этом множество точек заполняет отрезок всюду плотно и непрерывно. Других точек и соответствующих чисел нет. Но Пуанкаре спрашивает [4]: «Почему мощность континуума не такая же, как и мощность целых чисел?».

Кантор придумал очень остроумный способ, чтобы доказать несчетность множеств [2]. Свое доказательство Кантор построил от противного, как это любят математики, опровергая одним махом или примером свое же первоначальное допущение. Предположим наличие пронумерованного списка всех действительных чисел, находящихся в интервале  $[0, 1]$ . Эти числа представимы в виде бесконечных десятичных дробей  $b_k$ . Рациональным числам для этого пришлось добавить бесконечное число нулей, начиная с определенного знака после запятой, или периодически повторяющиеся группы цифр.

Затем Кантор предложил составить еще одну бесконечную десятичную дробь в виде числа  $a$ , у которого первый знак после запятой отличается от первого знака после запятой для первого числа  $b_1$ , второй знак отличается от второго знака для второго числа  $b_2$  и далее до бесконечности. Полученное число не совпадает ни с одной десятичной дробью из представленного ранее списка, поскольку на одинаковых позициях стоят разные цифры. Из этого следует, что полученная дробь не входит в пронумерованный список чисел. Следовательно, это множество не является счетным. Получили противоречие.

Здесь можно выразить сомнение в правильности начального требования, что все действительные числа уже

включены в окончательный список, который по определению не может быть закончен. Если сформировали весь список чисел с бесконечным числом знаков после запятой, то почему нового числа  $a$  нет в этом списке. Может быть, мы просто не успели до него добраться, просматривая свой список. Почему все решили, что формирование списка уже закончено и его уже прочитали до конца? Ведь это бесконечный процесс!

Все вещественные числа особенные и разные. У них отличается хотя бы одна цифра в записи при десятичной системе счисления. Для того, чтобы сравнить число со всеми другими, потребуется выстроить все числа в каком-либо порядке, пройти вдоль строя и доказать или поверить, что нашего числа там еще нет. Замечательно!

Алатин утверждает: «Взаимно-однозначность отображения предполагает наличие некоторого отношения порядка в обоих множествах». Для множеств это не так. Если мы пересчитываем множество коров или баранов стада, они могут казаться одинаковыми, но каждому присвоен свой номер вне зависимости от роста, веса, цвета или размера. Главное, в каком порядке они входили в загон для регистрации. Кантор предложил такой удобный алгоритм учета для рациональных чисел и опубликовал свое доказательство.

Попытки сравнить рациональные, алгебраические или действительные числа, чтобы определить, каких чисел будет «больше» – периодических десятичных дробей (для записи рациональных чисел) или произвольных действительных чисел, которые представляются десятичной непериодической дробью, чтобы получить новые доказательства или опровержения продолжаются [1, 2, 5, 6]. Много было придумано красивых и как бы простых историй, которые должны были демонстрировать правильный подход в теореме Кантора.

В свою очередь предлагаю следующий **алгоритм**, который позволит сравнивать мощность всех натуральных, рациональных, иррациональных, алгебраических, трансцендентных и действительных чисел, чтобы определить, каких чисел больше.

Выбираем случайным образом из

множества действительных чисел на отрезке  $[0, 1]$  **любые десять** таких чисел  $a$ , которые начинаются после запятой соответственно цифрами от 0 до 9. Присвоим этим числам номера от 1 до 10. Отмечаем эти числа точками на отрезке.

Если остальные цифры определяются как 0 в периоде, то при дальнейшем формировании списка будут встречаться повторно уже отмеченные точки на отрезке. Будем строго отслеживать очередь и не учитывать в списке такие точки повторно. При этом в список будут попадать только рациональные числа. Будем добрыми и начнем формировать общий список, выбирая случайным образом любые точки на нужном участке. В том числе такие точки, которые определяют

числа  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071$  или  $\frac{\pi}{4} \approx 0,7853$ .

Здесь указаны первые четыре цифры после запятой. Предполагаем, что все остальные цифры также известны и можем их проверить при желании.

На следующем шаге нам нужно выбрать числа, которые на втором месте после запятой имеют числа от 0 до 9. Но сделать это нужно **для каждого** предыдущего числа. Какая-то вторая цифра уже была. Таким образом, добавится еще девять вариантов при замене цифры на нужном месте. При этом каждое отмеченное ранее в списке число прихватывает дополнительно всех своих «близких родственников», сохраняя все остальные цифры.

Итого получаем возможность пронумеровать первые сто чисел из нашего множества. Продолжая процедуру, будем получать на каждом шаге в десять раз больше действительных чисел, которые можно пересчитать или записать в общий список, то есть поставить им в соответствие конечное число натуральных чисел  $10^n$ . Продолжая так до бесконечности, мы можем перебрать все действительные числа, которые мы представляем десятичной бесконечной дробью из отрезка  $[0, 1]$ . Получаем возможность сопоставить им бесконечное число натуральных чисел, собирая все элементы геометрической прогрессии. Среди построенного бесконечного множества действительных чисел будет находиться и

то число, которое не заметил Кантор при доказательстве от противного. При выборе любого числа всегда можно указать, в какой части списка его можно найти, если очень постараться и перебрать все цифры после запятой.

Алгоритм порождает «родословное дерево» при формировании общего списка всех чисел. Если вначале взять других «родителей», то получим другой список, который также будет «со временем» охватывать всех. Правильнее это назвать кустом, который порождают первые десять побегов. На них вырастают веточки, листочки, почки. Они бросают семена на нашем общем огороде (отрезке), которые прорастают новыми побегами.

В таком случае справедливы утверждения.

**Теорема 1.** *Множество всех действительных чисел из отрезка  $[0, 1]$  соответствует множеству натуральных чисел, то есть счетное.*

Таким образом, мы сможем увидеть в своем списке опоздавшего барана, который прикидывался овечкой или утверждал, что он вообще из другого стада и его не надо включать в общий список, а также многих его родственников.

**Теорема 2.** *Множество всех действительных чисел является счетным множеством счетных множеств отрезков  $[k, k+1]$  и соответствует множеству натуральных чисел, то есть счетное.*

Просто нужно правильно организовать процесс учета такого замечательно большого множества при составлении общего списка и подобрать хороших помощников.

**Теорема 3.** *Множества натуральных, рациональных, иррациональных и действительных чисел соответствуют по мощности друг другу.*

Множество всех действительных чисел содержит указанные бесконечные подмножества и определяет новое качество для всех точек на отрезке, которое называют **континуум**. Это непрерывность множества точек.

**Теорема 4.** *Между любыми двумя действительными числами можно найти другие действительные числа.*

Все доказательства следуют из приведенного алгоритма и сомнений в утверждениях теорем Кантора, ко-

торые появились после чтения работы [1].

Теория множеств Кантора была воспринята современниками настолько нелогичной, парадоксальной и шокирующей, что натолкнулась на резкую критику математиков, в частности, Кронекера и Пуанкаре [4]. Резкой критике противостояли всемирная известность, одобрение и даже награды. Кантору и его сторонникам принадлежит много интересных утверждений, что позволило получить дальнейшее развитие теории и различных приложений. Он заслужил награды.

Будем ждать критику или одобрение нового алгоритма и теорем.

Можно продолжить анализ и сравнение мощности для множества комплексных чисел, которые можно изображать точками на плоскости, или кватернионов, которые придумал Гамильтон. Они оказались не просто фантазией математиков, а позднее получили развитие и применение.

## References:

1. Alatin S.D. O strukture racional'nyh chisel [On the structure of rational numbers]., Sbornik statej konferencii «Nauka vchera, segodnja, zavtra» [Collection of articles of the «Science yesterday, today, tomorrow» conference]., No. 11(17). – Novosibirsk., «SibAK», 2014. pp. 6–12.
2. Vilenkin N.Ja. Rasskazy o mnozhestvah [Stories about sets]. – Moscow., «Nauka», 1965. – 128 p.
3. Kantor G. Trudy po teorii mnozhestv [Works on the theory of sets]. – Moscow., Nauka [Science]., 1985. – 431 p.
4. Puankare A. O nauke [About science]. Perevod s fr., Pod red. L.S. Pontrjagina [Translation from French edited by L.S. Pontrjagina]. – Moscow., Nauka [Science]., 1990. – 736 p.
5. Korolev V.S. Kak pereschitat' vse dejstvitel'nye chisla: kommentarii k dokazatel'stvam teorem Kantora [How to count all real numbers: comments on provings of Cantor's theorems], Estestvennye i matematicheskie nauki v sovremennom mire [Natural and mathematical sciences in the modern world]. – Novosibirsk., «SibAK», 2015. – No. 1(25)., pp. 24–31.

6. Baker Matthew. Uncountable Sets and an Infinite Real Number Game. Mathematics Magazine, 2007. pp. 377-380.

#### Литература:

1. Алатин С.Д. О структуре рациональных чисел., Сборник статей конференции «Наука вчера, сегодня, завтра», № 11(17). – Новосибирск., «СибАК», 2014. с. 6–12.

2. Виленкин Н.Я. Рассказы о мно-

жествах. - Москва., «Наука», 1965. - 128 с.

3. Кантор Г. Труды по теории множеств. – Москва., Наука, 1985. - 431 с.

4. Пуанкаре А. О науке. Перевод с фр., Под ред. Л.С. Понтрягина. – Москва., Наука, 1990. - 736 с.

5. Королев В.С. Как пересчитать все действительные числа: комментарии к доказательствам теорем Кантора., Естественные и математические науки в современном мире. – Новосибирск., «СибАК», 2015. – № 1(25). с. 24–31.

6. Baker Matthew. Uncountable Sets and an Infinite Real Number Game. Mathematics Magazine, 2007. pp. 377-380.

#### Information about author:

1. Vladimir Korolev - Candidate of Mathematics and Physics, Associate Professor, Saint Petersburg State University; address: Russia, Saint Petersburg city; e-mail: vokorol@bk.ru



- Promotion of international consolidation and cooperation of business structures
- Promotion of development of commercial businesses of various kinds
- Assistance in settlement of relations and businessmen with each other and with social partners in business environment
- Assistance in development of optimal industrial, financial, commercial and scientific policies in different countries
- Promotion of favorable conditions for business in various countries
- Assistance in every kind of development of all types of commercial, scientific and technical ties of businessmen of different countries with foreign colleagues
- Promotion of international trade turnover widening
- Initiation and development of scientific researches, which support the effective development of businesses and satisfy the economic needs of the society
- Expert evaluation of activities in the field of settlement of commercial disputes, establishment of quality standards and defining of factual qualitative parameters of goods and services
- Legal and consulting promotion of business
- Establishment and development of activities of the international commercial arbitration
- Exhibition activities
- Holding of business and economic forums




## ON RELATIONS IN VISCOELASTICITY

E. Artamonova, Doctor of Technical Sciences, Full Professor  
Saratov State Technical University named after Gagarin J.A., Russia

In the paper we propose a mathematical model of elements of deformation and destruction, based on the relationship of both (macroscopic and microscopic) approaches allowing the interdependence of the limiting critical conditions like the destruction, the time of stress, environmental temperature exposure, etc.

**Keywords:** thermodynamic, relationship, mathematical model of deformation, strain.

Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1080>

In this article we propose a mathematical model of deformation and destruction elements, based on the relationship of both (macroscopic and microscopic) approaches allow for the dependence of the limiting critical conditions at which the destruction, the time of stress, temperature environmental exposure, exposure, etc. Physical relationships between stress and strain (constitutive equations) follow the principle of macroscopic definability [1, p. 295] and specified as the operator communication:

$$\sigma_{IJ} = \xi_{\tau=-\infty}^t [\varepsilon_{ij}(t, \tau, \omega); \varepsilon_{ij}(t)]$$

or

$$\varepsilon_{ij} = \chi_{\tau=-\infty}^t [\sigma_{ij}(t, \tau, \omega); \sigma_{ij}(t)].$$

To close the equations of continuum mechanics must use the laws of thermodynamics, and other laws of physics for non-mechanical thermodynamic parameters.

$\tau=-\infty \tau=tt \xi[\dots], X[\dots]$  - notation indicating the arguments in parentheses is in accordance with the postulate of the theory of simple materials, also satisfies the requirement of "decaying memory", materials, viscoelastic.

Operators

$\xi_{\tau=-\infty}^t, X^t$  - is the potential that there are scalar operators that:

$$u = \xi_{\tau=-\infty}^t \{a\} = \frac{\partial \tilde{W}}{\partial a}, \quad (1)$$

$$v = \chi_{\tau=-\infty}^t \{a\} = \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial a}. \quad (2)$$

Physical relations (1, 2) – nonlinear, for description the strain state and fracture in the framework of a generalized model of inelasticity is necessary to consider the history of deformation of the sample depends on the loading path and on time.

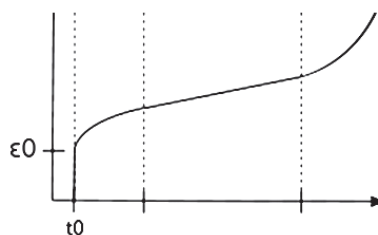


Fig. 1.

Analysis of experimental data (fig.1) suggests characteristics of the temperature dependence of relaxation processes and fracture for viscoelastic polymers with the same value of energy activation for each material. Combining different approaches to describing these processes, i.e. formulation of a general mathematical theory of deformation and fracture of polymers depends on the study of the relationship of deformation, destruction and action of strain, temperature, aggressive factors in the whole time interval of operation of the element. Viscoelastic behavior reflects the combined viscous and elastic responses, under mechanical stress, of materials which are intermediate between liquids and solids in character. Viscoelastic Properties of Polymers examines, in detail, the effects of the many variables on which the basic viscoelastic properties depend. These include temperature, pressure, and time; polymer chemical composition, molecular weight and weight distribution, branching and crystallinity; dilution with solvents or plasticizers; and mixture with other materials to form composite systems.

According to (1, 2) can be written:

$$\sigma_{IJ} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{IJ}},$$

$U$ -voltage potential (free energy).

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Deformation potential  $\Phi$  is

determined by means of the Legendre transformation.

Way to represent  $U$  according to the hypothesis of memory:

$$U = Y_{\tau=-\infty}^t [e_{ij}(t, \tau, \omega); (t)].$$

Using the combined ratio of the basic laws of thermodynamics represent:

$$-\rho U + \int_0^t \sigma_{ij}(\tau) (\partial \varepsilon_{ij}(\tau) / \partial \tau) \partial \tau \geq 0.$$

Consider different views  $U$ . From the Stone-Weierstrass theorem continuous integral can be uniformly approximated by polynomials

$$U = \sum_{n=1}^N u_{(n)} + \sum_{(n)} \sum_{(m)} u_{(n)} u_{(m)} + \dots \quad (3)$$

where the functionals can be represented as Stieltjes integrals:

$$u_{(n)} = \int_{-\infty}^t K_{ij}^{(n)}(t, \tau, \omega) d\varepsilon_{ij}(\tau), \quad (4)$$

$K_{ij}^{(n)}(\tau)$  - Integrand.


At  $\tau < 0$ ,  $K_{ij}^{(n)}(\tau) = 0$ .

Substituting (4) (3) and differentiating with respect to  $t$ , we can obtain the relation between theory of Volterra-Frechet. The number of state parameters can be infinite, but the state of a thermodynamic system is defined by a finite number of parameters.

### References:

1. Suvorova J.V., Ohlson N.G., Alexeeva S.I. An approach to the



description of time-dependent materials., Materials and Design, Vol. 24., Issue 4, June 2003., pp. 293-297.  
 [http://dx.doi.org/10.1016/S0261-3069\(02\)00067-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0261-3069(02)00067-5)

2. Biing-Lin Lee, Lawrence E.N. Temperature Dependence of the

Dynamic Mechanical Properties of Filled Polymers., J. of Polymer Science., Vol. 15., 1977., pp. 683-692.

3. Young J.F., Mindness S., Gray R.J. and Bentur A. The science and technology of civil engineering materials., Prentice Hall., 1998., pp. 10-19.

#### Information about author:

1. Elena Artamonova - Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Saratov State Technical University named after Gagarin J.A.; address: Russia, Saratov city; e-mail: eleniya32@gmail.com



# WORLD RESEARCH ANALYTICS FEDERATION

**R**esearch Analytics Federations of various countries and continents, as well as the World Research Analytics Federation are public associations created for geographic and status consolidation of the GISAP participants, representation and protection of their collective interests, organization of communications between National Research Analytics Federations and between members of the GISAP.

**F**ederations are formed at the initiative or with the assistance of official partners of the IASHE - Federations Administrators.

**F**ederations do not have the status of legal entities, do not require state registration and acquire official status when the IASHE registers a corresponding application of an Administrator and not less than 10 members (founders) of a federation and its Statute or Regulations adopted by the founders.

If you wish to know more, please visit:

<http://gisap.eu>

## INVESTIGATION OF MATHEMATICAL PROBLEMS OF ROLLING THE MELTED METAL BETWEEN THE COOLING ROLLERS

A. Pavlenko, Doctor of Technical sciences, Full Professor


B. Usenko, Postgraduate Student

H. Koshlak, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor  
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Ukraine

For practical solution of the problem of determination of dynamics of the smelt solidification in time and prediction of the metal structure (including the calculation and analysis of temperature fields, as well as determination of velocity of the solidification front in time) a mathematical model was developed. The thermal conductivity equation was supposed to be at the basis of this model. Continuous process of pulling the metal layer can be represented as flows of viscous incompressible layer between two elastic-plastic surfaces (rollers), moving with a certain velocity.

**Keywords:** solidification, mathematical modeling, liquid phases, metal structure, continuous process, rolling.

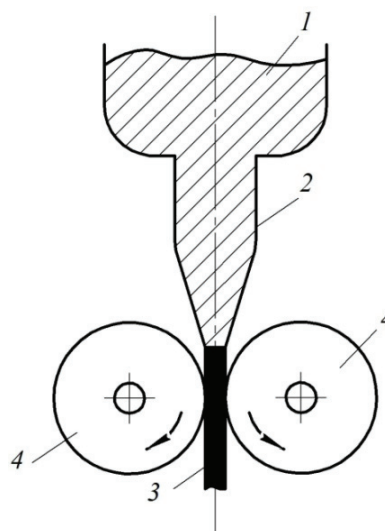
Conference participants, National championship in scientific analytics,  
Open European and Asian research analytics championship

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:pmc.v0i6.1081>

**P**ractical problem of determining the dynamics of solidification of the smelt in time and prediction of metal structure includes the calculation and analysis of temperature fields, determination of the velocity of the solidification front in time, can be solved by means of mathematical modeling. In order to solve this problem the mathematical model was developed in the basis of which there was supposed to be thermal conductivity equation. Formation of a continuous layer of metal is a complex irreversible process, consisting of a series of simple phenomena, which in this case cannot be considered out of interaction with each other. Irreversibility of the process is associated primarily with the irreversibility of heat and mass transfer, the internal motion in the solid and liquid phases. In the general case a quantitative description of the process is based on the consideration of non-equilibrium thermodynamics of uninsulated heterogeneous system consisting of few components, separated phases and the environment bounding hull.

Continuous process of pulling the metal layer can be represented as a flow of a viscous incompressible layer between two elastic-plastic surfaces (rollers), moving with a certain velocity (Figure 1). Moreover, an arbitrarily selected point in the cooling layer is characterized by a continuous change in temperature, pressure (stress), speed, distance to the boundary of the transition from liquid to solid state.

Thus, consideration of the cast layer 3 is bounded on both sides by curved surfaces (rollers) 4. Layer 3 - viscous incompressible fluid.



1 - liquid metal smelt; 2 - form for the metal; 3 - cooled metal layer; 4 - cooled rollers.

**Figure 1 - Pulling process scheme related to a continuous layer of metal**

### Formalization of the mathematical model

Since the problem of the motion of continuously cast layer is closely related to the problem of heat exchange, the key is the thermal conductivity equation in a general form for a moving continuous medium (layer 3) in which there are distributed sources of heat of phase transition, depending on the specific heat of phase transition [1]:

$$\rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} [c(T)T - L\Psi] = \text{div}[\lambda(T)\text{grad}T] + Q_v \quad (1)$$

and Fourier thermal conductivity law  $q = -\lambda(T)\text{grad}T$ . Here  $\rho$  - density;  $c$  - thermal capacity;  $\lambda$  - thermal

conductivity;  $T$  - temperature;  $L$  - specific heat of phase transition (solidification);  $\Psi$  - proportion of solid phase (the liquid phase  $\Psi = 0$ , the solid phase  $\Psi = 1$ , in the mushy zone  $0 < \Psi < 1$ );  $Q_v(x, y, z, t)$  is the function characterizing the mass allocated during the heat solidification.

To obtain a unique solution of the problem it is necessary to supplement its initial and boundary conditions [2-3]:

$$\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_m - T_a) \quad (3)$$

where  $T_m$  - metal temperature, °C  
 $T_a$  - air temperature, °C

$$T(x, 0) = 1300^\circ\text{C} \quad x = \frac{H}{2} \quad (4)$$

The phase boundary "solid metal - liquid melt" is given by the Stefan boundary condition:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(t, \xi(t))}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(t, \xi(t))}{\partial x} = L \frac{d\xi(t)}{dt} \quad (5)$$

where  $\xi(t)$  - equation of the curve separating phases "solid metal - liquid melt",  $L$  - heat change of state, J/K (empirically determined value for the transition of the liquid melt into the solid metal),  $x$  - normal to the curve,  $T_1(t, x)$  - temperature of the solid phase (solid metal),  $T_2(t, x)$  - temperature of the liquid phase (liquid melt),  $\lambda_1$  - temperature diffusivity coefficient of the solid metal,  $\lambda_2$  - temperature diffusivity coefficient of the liquid melt.

Let's define the shape of the curve  $\xi(t)$ . We seek a solution to the thermal conductivity equation (1) in the following automodel form:

$$T(t, x) = f(z), \text{ where } z = \frac{r}{\sqrt{t}} \quad (6)$$

Substituting (6) into (1) we come to the following ordinary differential equation:

$$-\frac{1}{2} f'(z) \cdot z = \lambda \left( f''(z) + \frac{1}{z} f'(z) \right) \quad (7)$$

From which:

$$f(z) = C_1 \int \frac{\exp\left(-\frac{z^2}{4\lambda}\right)}{z} dz + C_2 \quad (8)$$

where  $C_1$  and  $C_2$  – arbitrary constants of integration.

After determining the shape of the curve  $\xi(t)$ , we substitute (6) into the Stefan boundary condition (5). We get

$$\lambda_1 \frac{1}{\sqrt{t}} f_1' \left( \frac{\xi(t)}{\sqrt{t}} \right) - \lambda_2 \frac{1}{\sqrt{t}} f_2' \left( \frac{\xi(t)}{\sqrt{t}} \right) = L \frac{d\xi}{dt},$$

from which

$$\frac{\xi(t)}{\sqrt{t}} = \alpha = \text{const},$$

$$\lambda_1 f_1'(\alpha) - \lambda_2 f_2'(\alpha) = \frac{L}{2} \alpha \quad (9)$$

Consequently

$$\xi(t) = \alpha \sqrt{t} \quad (10)$$

Where the coefficient  $\alpha$  is defined as the solution of the transcendental equation (9) with the known value of  $L$  aggregate heat transition of molten liquid into the solid state.

Knowing the equation of the curve  $\xi(t)$ , separating the phase “liquid smelt - solid metal”, we can reduce the solution of the original problem to the solution of the thermal conductivity equation with generalized (discontinuous) temperature conductivity coefficient:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(t, x) \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right),$$

where

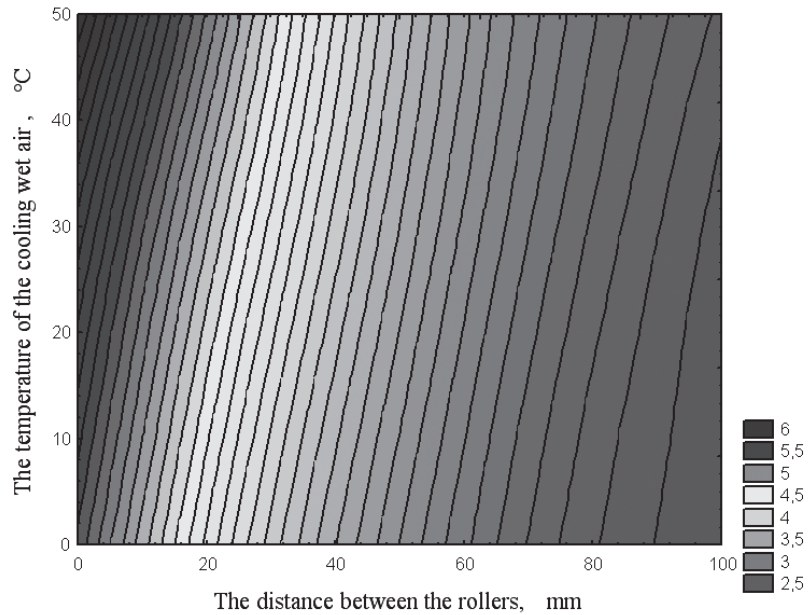
$$\lambda(t, x) = \begin{cases} \lambda_1, & \text{if } 0 \leq x < \theta R + \xi(t) \\ \lambda_2, & \text{if } \theta R + \xi(t) \leq x < R \end{cases}$$

Initial conditions

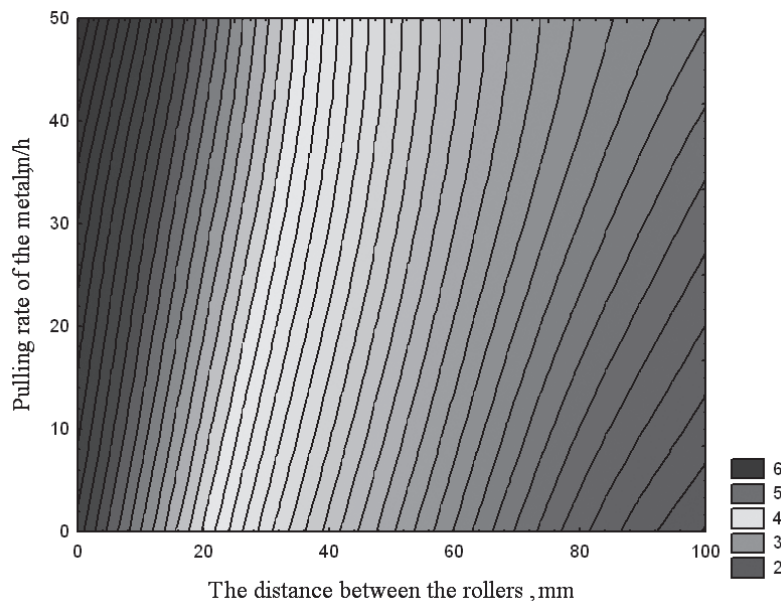
$$T|_{t=0} = T_{s.m} \text{ at } 0 \leq x < \theta R + \xi(t).$$

$$T|_{t=0} = T_{l.m} \text{ at } \theta R + \xi(t) \leq x < R$$

Fig.2-3 shows graphs characterizing the dependence of the degree of amorphization of parameters of the



**Fig. 2. Graph of dependence of the degree of amorphization on the cooling wet air temperature and the distance between the rollers**



**Fig. 3. Graph of dependence of the degree of amorphization on the metal pulling rate and the distance between the rollers**

pulling process (rapid casting) related to a metal layer between the cooling rolls.

#### Conclusions:

1. Authors have practically proved that under certain modes of the process of pulling (rapid casting) of metal layer between the cooling rolls it is possible to obtain an amorphous structure at the layer boundaries.

2. Obtaining an amorphous structure of the metal pulling process (fast casting) is possible only in terms of interaction of such

mode parameters (control factors) as the distance between the rollers, metal pulling speed and the cooling wet air temperature. In order to increase the degree of amorphization of the casting process it is necessary to increase the temperature of the cooling wet air and the smelt pulling speed. But the main parameter of the process that has the greatest impact on the degree of metal amorphization is the distance between the rollers. At the minimum values of distance degree of amorphization has a maximum value.

## References:

1. Pavlenko A.M., Usenko B.O., Koshlak H.V. Analysis of thermal peculiarities of alloying with special properties, Metallurgical and Mining Industry, 2014, No. 2, pp. 15-19.

2. Pavlenko A.M., Usenko B.O., Koshlak H.V. Analysis of thermal processes in the surface layer formation with amorphous structure, Metallurgical processes and equipment, 2(36)2014, pp. 15-19.

3. Pavlenko A.M., Usenko B.O., Koshlak A.V. The thermophysical aspects of structure formation of amorphous metals, Transactions of Academenergo, 2014, No. 1, pp. 7-16

## Information about authors:

1. Anatoliy Pavlenko – Doctor of Science, Full Professor, Poltava National Technical University named after Y. Kondratyuk; address: Ukraine,

Poltava city; e-mail: am.pavlenko@i.ua

2. Bohdan Usenko - Postgraduate Student, Poltava National Technical University named after Y. Kondratyuk; address: Ukraine, Poltava city; e-mail: usenko.ukraine@yahoo.com

3. Hanna Koshlak - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Poltava National Technical University named after Y. Kondratyuk; address: Ukraine, Poltava city; e-mail: annready@yandex.ua



# INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONGRESS



***Multisectoral scientific-analytical forum for professional scientists and practitioners***

*Main goals of the IASHE scientific Congresses:*

- Promotion of development of international scientific communications and cooperation of scientists of different countries;
- Promotion of scientific progress through the discussion comprehension and collateral overcoming of urgent problems of modern science by scientists of different countries;
- Active distribution of the advanced ideas in various fields of science.

**FOR ADDITIONAL INFORMATION PLEASE CONTACT US:**

**www: <http://gisap.eu>**

**e-mail: [congress@gisap.eu](mailto:congress@gisap.eu)**



# GISAP Championships and Conferences 2016

Branch of science	Dates	Stage	Event name
<b>AUGUST</b>			
Physics, Mathematics and Chemistry, Earth and Space Sciences	04.08-10.08	II	Modern methods of studying matter and interaction of substances, as well as the subject-based relations modeling
Technical Science, Architecture and Construction	04.08-10.08	II	Solving problems of optimal combination of standards of quality, innovative technical solutions and comfort of operation when developing and producing devices and construction objects
<b>SEPTEMBER</b>			
Educational sciences and Psychology	13.09-19.09	III	Harmonious personal development problem in relation to specificity of modern education and socialization processes
<b>OCTOBER</b>			
Philology	05.10-10.10	III	Trends of language cultures development through the prism of correlation between their communicative functions and cultural-historical significance
Culturology, Physical culture and Sports, Art History, History and Philosophy	05.10-10.10.10	III	Significance of personal self-expression and creative work in the course of formation of the society's cultural potential
<b>NOVEMBER</b>			
Medicine, Pharmaceutics, Biology, Veterinary Medicine and Agricultural sciences	10.11-15.11	III	Modern methods of ensuring health and quality of human life through the prism of development of medicine and biological sciences
Economics, Jurisprudence and Management, Sociology, Political and Military Sciences	10.11-15.11	III	Correlation between humanity and pragmatism in target reference points of modern methods of public relations regulation
<b>DECEMBER</b>			
Physics, Mathematics and Chemistry, Earth and Space Sciences	07.12-13.12	III	Object-related and abstract techniques of studying spatio-temporal and structural characteristics of matter
Technical Science, Architecture and Construction	07.12-13.12	III	Current trends in development of innovations and implementation of them into the process of technical and construction objects production



**The AICAC Secretariat**

Tel: + 12 024700848

Tel: + 44 2088168055

e-mail: [secretariat@court-inter.us](mailto:secretariat@court-inter.us)

skype: court-inter

**A**

**I C A C**

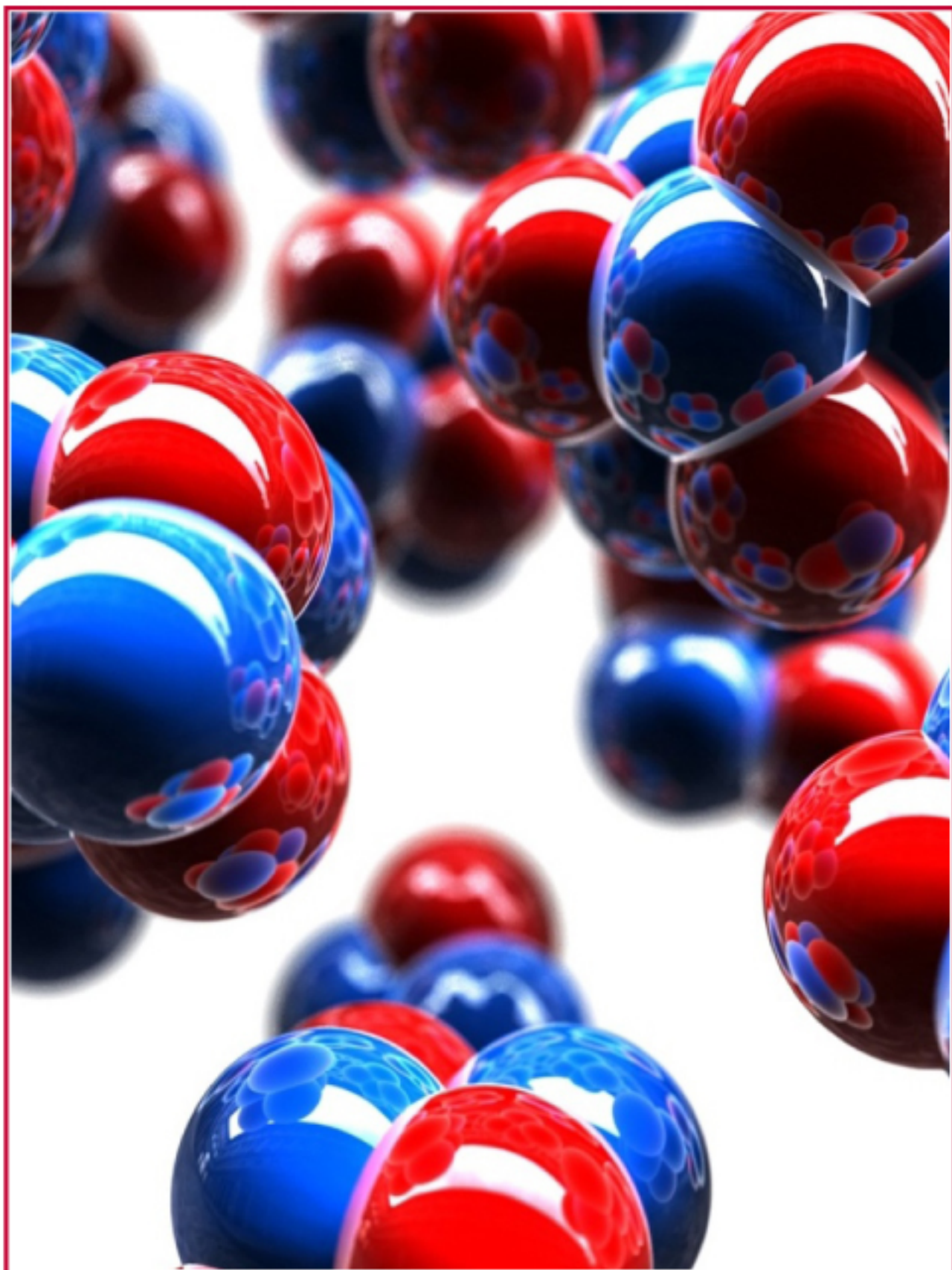
AMERICAN INTERNATIONAL  
COMMERCIAL  
ARBITRATION COURT

The American International Commercial Arbitration Court LLC – international non-government independent permanent arbitration institution, which organizes and executes the arbitral and other alternative methods of resolution of international commercial civil legal disputes, and other disputes arising from agreements and contracts.

The Arbitration Court has the right to consider disputes arising from arbitration clauses included into economic and commercial agreements signed between states.

Upon request of interested parties, the Arbitration Court assists in the organization of ad hoc arbitration. The Arbitration Court can carry out the mediation procedure.

For additional information  
please visit:  
**[court-inter.us](http://court-inter.us)**



**International Academy of Science and Higher Education (IASHE)**  
1 Kings Avenue, Winchmore Hill, London, N21 3NA, United Kingdom  
Phone: +442071939499  
E-mail: [office@gisap.eu](mailto:office@gisap.eu)  
Web: <http://gisap.eu>